ÉTUDE D'ACOUSTIQUE

ESSAI

SUR LE

TUYAU D'ORGUE

A ANCHE BATTANTE



AVRANCHES

IMPRIMERIE TYPOGRAPHIQUE ET LITHOGRAPHIQUE DE JULES DURAND

RUES BOUDRIE, 2, ET QUATRE-ŒUFS, 24

1893

ESSAI SUR LE TUYAU D'ORGUE

A ANCHE BATTANTE

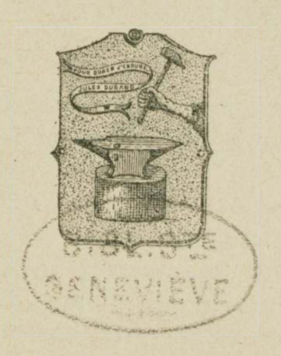
ÉTUDE D'ACOUSTIQUE

ESSAI

SUR LE

TUYAU D'ORGUE

A ANCHE BATTANTE



AVRANCHES

IMPRIMERIE TYPOGRAPHIQUE ET LITHOGRAPHIQUE DE JULES DURAND

RUES BOUDRIE, 2, ET QUATRE-ŒUFS, 24

—

1893

ESSAI

SUR LE TUYAU D'ORGUE

A ANCHE BATTANTE

I

CONSIDÉRATIONS GÉNÉRALES

Dans un même milieu, de densité constante, la vitesse du son reste également constante, quelles que soient la cause et l'intensité de la vibration.

Dans la colonne d'air que contient le tuyau, la densité doit être considérée comme constante pour chaque température atmosphérique. Le potentiel de tension, là où il y existe, changeant incessamment de signe à petits intervalles égaux, il y a compensation continuelle. S'il en était autrement, le travail mécanique développerait, ce qui n'a pas lieu, des variations permanentes de température.

Donc la longueur d'onde $\frac{V}{N}$, c'est-à-dire la distance parcourue par le son pendant la durée d'une vibration, est la même à l'intérieur et à l'extérieur du tuyau et, si elle semble varier entre deux points situés sur l'axe de celui-ci, ce ne peut être

qu'à raison de flexions plus ou moins nombreuses et plus ou moins considérables de la route que suit le son dans la colonne d'air.

Pour l'analyse du phénomène, il faut provisoirement éliminer des éléments de calcul la réflexion sur l'atmosphère ambiante. Cette réflexion existe et, comme on le verra plus tard, influe, dans certains cas, sur l'intensité de la vibration jusqu'à la réduire à zéro. Elle n'influe ni sur la vitesse de propagation, ni sur la direction du mouvement vibratoire direct, avec lequel elle coexiste, comme coexistent, en général, les propagations de diverses ondes sonores.

La réflexion sur la surface interne du tuyau, que je nommerai *réflexion pariétale*, influe, au contraire, sur la direction suivie par le mouvement vibratoire.

Quelle est la valeur de la réflexion pariétale ?

Prenons le cas normal d'une colonne d'air ayant partout le même diamètre ; c'est-à-dire de la colonne d'air contenue dans un tuyau cylindrique, sur toute la longueur de laquelle la réflexion se fera dans des conditions identiques.

Le mouvement vibratoire tendant à se propager dans toutes les directions, et celles-ci se différentiant en parallèle et perpendiculaire à l'axe du tuyau, la valeur de la quantité à réfléchir se représente, pour chaque instant, par la résultante des chemins parcourus dans ces deux directions.

Concevons un parallélogramme équilatéral formé par la coupe selon l'axe d'un tronçon cylindrique de hauteur égale à son diamètre. La résultante R sera la diagonale du parallélogramme dont le rapport au côté S est :

$$\frac{R}{S} = \sqrt{2}$$

C'est là la valeur de la quantité à réfléchir.

Avec sa réflexion sous angle égal à celui d'incidence, cette quantité engendre une résultante nouvelle R', qui se trouve avec elle dans le même rapport :

$$\frac{R'}{R} = \sqrt{2}$$

Le produit de ces deux rapports est :

$$\frac{R\ R'}{S\ R} = \frac{R'}{S} = 2$$

Il y a donc 2 pour valeur intégrale de réflexion.

Si le son se propage dans toutes les directions, les mêmes compositions de mouvement se produiront également sur tout plan de tranche perpendiculaire à l'axe. Là, toutefois, la résultante de réflexion R' devient tangente à la circonférence.

Il en résulte, dans la direction du mouvement une impulsion gyratoire de valeur égale à R', laquelle, se composant avec cette même résultante R' formée dans le plan passant par l'axe, détermine une direction hélicoïde selon la longueur du cylindre.

De là provient cessation de la réflexion après la formation de la résultante R'.

Remarquons que, plus le diamètre du cylindre sera petit relativement à sa longueur, plus aussi les spires de l'hélice augmenteront en nombre et se rapprocheront l'une de l'autre, maintenant ainsi, entre le développement rectiligne de l'hélice et la hauteur du cylindre, le rapport 2 : 1 de R' à l'unité de longueur.

De tout cela résulte qu'au total, la propagation du son à l'intérieur du tuyau se fait par un système de files hélicoïdes concentriques de molécules occupant la masse entière de la colonne d'air, et que, dans toute cette masse, le son met nécessairement un temps double à franchir la distance double, fonction de R'.

A raison de la diffusion en tout sens du travail vibratoire sur le plan de toute tranche horizontale aussi bien que sur le plan de toute tranche verticale de la colonne d'air, le sens d'enroulement des files hélicoïdes est binairement contraire. Plus elles se forment près de l'axe du tuyau, plus aussi le pas s'en resserre à raison du moindre diamètre du noyau fictif.

Si toute la masse de la colonne d'air est occupée par le faisceau de files ainsi disposées, les extrémités de toutes les files viennent aboutir exactement, quoique sous des inclinaisons diverses, au plan de la tranche extrême de cette colonne du côté opposé au point d'origine du travail vibratoire.

Arrêtée dans toute expansion latérale par la paroi qui délimite la tranche extrême, et trouvant au contraire libre expansion vers l'atmosphère extérieure, la somme des énergies de toutes les files se résout finalement en vibration de direction parallèle à l'axe du cylindre.

Nous avons dit plus haut que la valeur R égale 2.

Dès lors, la distance rapportée sur l'axe du cylindre entre les deux extrémités de la longueur d'onde ne peut être que $\frac{V}{2\,N}$, c'est-à-dire égale à la demi-longueur d'onde.

Pour la concision, nommons *distance interpolaire* la distance entre les deux extrémités de toute longueur d'onde rapportée sur l'axe de la colonne d'air contenue dans un tuyau ; dénomination qui sera justifiée tout à l'heure.

Mais, qu'il s'agisse d'un parcours rectiligne ou d'un parcours infléchi, le travail générateur de la vibration est le même.

Par des alternatives de condensation et de dilatation résultant des intermittences de l'afflux de l'air, périodiquement admis et intercepté par l'action de la languette, l'extrémité de la colonne d'air contiguë à celle-ci est chargée d'un potentiel alternativement et périodiquement positif et négatif, se transformant progressivement en vitesse jusqu'à l'extrémité opposée. A ce dernier point se trouve le minimum de tension et le maximum possible de vitesse acquise, puisque, quelle que soit d'ailleurs la valeur absolue de ces deux formes d'énergie mécanique, à l'instant précis où la vibration parvient à ce point extrême, la tension change de signe à celui d'origine et détermine une direction de vitesse en sens opposé. De cette façon, à chaque période de tension à la tranche initiale, correspond, dans la tranche extrême, une période d'oscillation inverse, synchronique et régulatrice de la quantité de mouvement.

A la tranche initiale il y a nœud, à la tranche extrême ventre de vibration.

Ces considérations permettent, semble-t-il, d'envisager les deux extrémités de l'onde sonore ainsi constituée, soit rectiligne soit infléchie, sous l'aspect d'une sorte de polarité. C'est là l'application du terme : *distance interpolaire*, dont, à défaut d'un autre aussi concis, aussi clair et plus rigoureusement exact, je me suis servi tout à l'heure, pour signifier la distance mesurée

sur l'axe du tuyau, de l'une à l'autre extrémité de la longueur d'onde.

Le calcul conduisant à ces diverses déductions n'a été établi que pour une seule des tranches verticales passant par l'axe du cylindre et pour un seul tronçon de longueur égale au diamètre, mais il est évident qu'il s'applique simultanément à toutes les tranches verticales et successivement à chacun des tronçons ayant pour base l'une des tranches horizontales consécutives de la colonne d'air, supposées n'avoir qu'une molécule d'épaisseur.

Il en résulte que la valeur de la réflexion pariétale est fonction de la surface courbe interne entière de la paroi et que, conséquemment, si le rapport de cette surface à celle de la paroi du cylindre vient à varier, la valeur de la réflexion variera proportionnellement et en raison directe.

Que donc le tuyau cylindrique se transforme en tuyau conique à longueur égale de côté, la distance interpolaire, fonction inverse de la valeur de réflexion pariétale, deviendra le quotient du rapport 1 : 2 de la distance interpolaire dans le tuyau cylindrique par le rapport de la surface courbe du cône à la surface courbe du cylindre.

Nommons D le diamètre à la base et D' le diamètre au sommet du cône, et remarquons que D représente en même temps le diamètre du cylindre, quant l'effet de la conicité est de diminuer, et D' ce même diamètre du cylindre, quand l'effet de la conicité est d'augmenter relativement la surface courbe de la paroi.

Dans le premier cas, le rapport de la surface courbe du cône à la surface courbe du cylindre sera comme :

$$\frac{D + D'}{2} : D,$$

soit :

$$\frac{D + D'}{2\,D}$$

Dans le second cas comme :

$$\frac{D + D'}{2} : D'$$

soit :

$$\frac{D + D'}{2\,D'}$$

Divisons par ces expressions le rapport 1 : 2 de la distance interpolaire dans le tuyau cylindrique à la longueur de l'onde, le quotient sera :

Dans le premier cas :

$$\frac{D}{D + D'}$$

Dans le second cas :

$$\frac{D'}{D + D'}$$

Ce quotient forme le coefficient de réduction de la longueur d'onde O à la distance interpolaire L.

Cette réduction est donc :

Dans le premier cas :

$$L = \frac{O\,D}{D + D'}$$

Dans le second cas :

$$L = \frac{O\,D'}{D + D'}$$

De cela résulte que, théoriquement, d'après les valeurs de D et de D' la distance interpolaire peut prendre toutes les longueurs comprises entre zéro et celle de l'onde entière.

Voici donc ce qu'on doit admettre comme principe fondamental : *la distance interpolaire est uniquement fonction de la réflexion pariétale.*

Après avoir établi ce principe, faisons-en l'application au fonctionnement du tuyau.

Remarquons, au préalable, qu'il existe une limite à cette application. L'inclinaison de la paroi sur l'axe du tuyau ne doit pas dépasser 22° 30'. Si l'inclinaison est plus grande, R' devient divergent à l'axe, la distance interpolaire ne se reporte plus sur celui-ci, la génération et la propagation du son se font de plus en plus comme à l'air libre, à mesure que l'angle s'ouvre davantage.

Ensuite, afin de rendre plus clair le reste de cette étude, convenons de la signification de quelques termes destinés à faciliter la concision.

Onde du ton, comme toujours, distance parcourue par le son pendant la durée d'une vibration simple.

Onde directe : onde résultant de la propagation du son à partir de la languette vers l'extrémité opposée du tuyau.

Onde inverse : onde résultant de la propagation du son à partir de l'extrémité opposée du tuyau vers celle où se trouve la languette.

Onde primaire : onde prenant origine immédiatement à l'une des extrémités du tuyau.

Onde secondaire : onde engendrée dans le tuyau par la continuation de propagation du son après parcours de la longueur d'une autre onde.

Distance interpolaire : distance mesurée en ligne droite entre les extrémités de l'onde primaire plus ou moins infléchie par la réflexion pariétale.

Distance conséquente : distance égale à la distance interpolaire mais mesurée en ligne droite, entre les extrémités d'une onde secondaire plus ou moins infléchie et comprise *entre deux ventres ou entre deux nœuds*.

Tuyau : ensemble indivis de l'anche et du corps.

Longueur du tuyau : longueur mesurée en ligne droite, sur l'axe, de l'extrémité libre de l'anche à l'extrémité opposée du tuyau. (La longueur du côté est facteur de la surface courbe de la paroi, mais la longueur du tuyau doit être mesurée sur l'axe, parce que c'est sur l'axe que se rapporte la distance interpolaire ou conséquente).

Diamètres : mesure des diamètres à l'intérieur du tuyau.

Indice : rapport $\frac{D + D'}{D}$ $\left(= 1 + \frac{D'}{D}\right)$ ou $\frac{D + D'}{D'}$ $\left(= 1 + \frac{D}{D'}\right)$, coefficient équateur à la longueur d'onde entière de la distance interpolaire ou conséquente résultant de la conformation du tuyau.

Caractéristique de l'indice : différence $\frac{D'}{D}$ ou $\frac{D}{D'}$ de l'indice à l'unité.

Tuyau de forme élémentaire ou simplement *tuyau élémentaire* : tuyau supposé construit de telle façon que l'inclinaison de la paroi sur l'axe reste constante sur toute sa longueur.

Tuyau de forme complexe ou simplement *tuyau complexe :* tuyau dans lequel varie l'inclinaison de la paroi sur l'axe.

II

APPLICATION AU FONCTIONNEMENT DU TUYAU

Faites résonner un tuyau à anche battante, qu'il importe, cela va sans dire, de choisir bien construit et réglé avec soin, de façon à ce que, dans toutes les positions de la rasette, il parle aussi bien et aussi franchement que possible.

Abstraction faite de la qualité musicale du son, par tâtonnement, c'est-à-dire en haussant et en baissant plus ou moins la rasette, on trouve aisément une position de celle-ci en corrélation de laquelle l'onde du ton rendu par le tuyau, et déterminé au moyen de la sirène ou autrement, égale sensiblement le produit T I de la longueur T du tuyau par l'indice I que constitue le rapport de ses diamètres terminaux.

Mais L I (produit de la distance interpolaire par l'indice) égale semblablement O.

Donc $T\,I = L\,I$ et conséquemment $T = L$.

Dans cette position de la rasette, le tuyau contient donc une seule distance interpolaire.

La distance interpolaire n'est, nous le savons, que la distance en ligne droite entre les extrémités de l'onde infléchie ou non par l'action de la réflexion pariétale.

Dans le cas qui nous occupe, le tuyau contient donc exactement une longueur d'onde du ton.

Les facteurs d'orgues disent alors qu'il parle *au son fondamental*.

Tout étant en cet état, enfoncez lentement la rasette : après avoir légèrement monté, le son s'affaiblira, bredouillera, finira

par s'éteindre entièrement, et le tuyau restera muet bien que le courant d'air continue à passer.

Continuez à enfoncer la rasette, tout à coup le son reparaîtra, mais à une altitude plus grande que celle du son fondamental et, si vous persistez à raccourcir la partie vibrante de la languette, le phénomène se répétera, et il se formera une série de productions de sons de plus en plus élevés, coupée entre deux sons consécutifs par un intervalle de silence.

Ces apparitions successives de sons ascendants se nomment les *doublements* du tuyau.

Proportionnellement à l'élévation du ton augmente le nombre des vibrations et, conséquemment, diminue la longueur d'onde $\frac{V}{N}$. D'autre part, la longueur du tuyau n'a pas varié. Si donc, pour le ton du son fondamental, il contenait une longueur d'onde, pour celui du doublement, le tuyau contient plus d'une longueur d'onde.

Ramenez la rasette au point convenable pour que le son fondamental reparaisse et, ce point retrouvé, au lieu de baisser la rasette relevez-la lentement et progressivement. Le phénomène qui vient d'être décrit se reproduira, mais en sens inverse : vous aurez encore une série de disparitions et de réapparitions du son, mais alors avec un ton de plus en plus grave à chaque réapparition.

Par analogie, on peut appeler chaque réapparition au grave *dédoublement* du tuyau.

Proportionnellement à l'abaissement du ton diminue le nombre des vibrations et, conséquemment, augmente la longueur d'onde $\frac{V}{N}$.

Mais, derechef, la longueur du tuyau n'a pas varié. Si donc pour le ton du son fondamental il contenait une longueur d'onde, pour celui du dédoublement il contient moins d'une longueur d'onde.

Voici donc trois états divers de fonctionnement bien caractérisés :

Fonctionnement au son fondamental : *le tuyau contient une longueur d'onde du ton.*

Doublement : *le tuyau contient plus d'une longueur d'onde.*

Dédoublement : *le tuyau contient moins d'une longueur d'onde.*

Avant de les étudier, il faut résoudre une apparente difficulté qui se présente pour tous les trois.

Tous les calculs qu'on vient de voir s'appliquent au tuyau de forme élémentaire. Dans la pratique, toutefois, ce tuyau n'est jamais employé. Tous ceux dont se servent les facteurs d'orgues présentent au moins une variation dans l'inclinaison des parois sur l'axe. Ceux, en effet, qui appartiennent aux jeux de la famille des trompettes et qui se rapprochent le plus de la forme élémentaire, sont déjà composés de deux tronçons distincts, l'un approximativement cylindrique, l'anche, l'autre en cône tronqué renversé, le corps ; tous deux intimement unis pour ne former qu'un tout et, si le tuyau est bien fait, mesurés de telle façon que le diamètre au sommet du cône tronqué soit égal au diamètre de l'anche.

Si l'on met en expérience des tuyaux construits de la sorte et qu'on pourrait appeler *unicomplexes*, on constate que chacun d'eux accuse le même indice I que le tuyau élémentaire dont les diamètres D et D' seraient respectivement identiques à ceux du corps dans le tuyau complexe.

Prise dans son entier, la surface de paroi interne est pourtant moindre dans le tuyau complexe que dans le tuyau élémentaire de longueur égale. L'expérience semble donc infirmer ici le principe général : distance interpolaire fonction de la réflexion pariétale.

On va voir qu'il n'en est rien.

Pour le démontrer, séparons par la pensée l'anche du corps et voyons quel est le rapport potentiel de ce tronçon au travail mécanique intégral du tuyau.

Le diamètre de l'anche est, avons-nous dit, égal au diamètre D' du corps. Le rapport de la surface de l'anche est donc à celle du cylindre de même longueur et qui aurait pour diamètre celui D de la base du cône tronqué comme D' : D. La valeur potentielle est le produit de ce rapport par la valeur de réflexion pariétale, c'est-à-dire par l'indice du tronçon considéré comme tuyau indépendant. Les parois étant parallèles à l'axe, cet indice est 2. La valeur potentielle s'exprime donc par 2 D' : D.

Rejoignons l'anche au corps. Dans la formation du travail mécanique intégral, cette valeur se divisera, pour l'unité de

longueur, par le rapport de réflexion pariétale entre le cylindre de l'anche et le cône tronqué du corps.

Le diamètre du cylindre étant égal au diamètre D' du sommet du cône tronqué ce rapport est :

$$D' : \frac{D + D'}{2} \quad \text{soit} \quad \frac{2\,D'}{D + D'}$$

Le quotient est :

$$\frac{2\,D'}{D} \times \frac{D + D'}{2\,D'} \quad \text{soit} \quad \frac{D + D'}{D}$$

Or :

$$\frac{D + D'}{D} = 1$$

soit l'indice du tuyau élémentaire.

Remarquons que la déformation du tronçon cylindrique que constitue l'anche, déformation causée par le retranchement d'un segment longitudinal qu'impose l'adaptation de la languette, n'influe même en rien sur le résultat du calcul.

Désignons en effet par D'' au lieu de D' le diamètre moyen du tronçon ainsi déformé, l'expression

$$\frac{2\,D'}{D} \times \frac{D + D'}{2\,D'} \quad \text{deviendra} \quad \frac{2\,D''}{D} \times \frac{D + D'}{2\,D''}$$

mais le produit restera le même, c'est-à-dire

$$\frac{D + D'}{D} \quad \text{soit } 1.$$

III

TUYAU DE FORME SIMPLE PARLANT AU SON FONDAMENTAL

Le tuyau ne contient qu'une seule longueur d'onde directe. Cette onde est donc nécessairement onde primaire.

L'onde primaire, avons nous vu, est toujours comprise entre un seul nœud et un seul ventre ; l'un à l'origine, l'autre à l'extrémité opposée.

La formation du ventre s'accomplit ainsi dans les meilleures conditions. Elle se parfait à l'endroit précis où le parcours du son pénètre dans l'atmosphère libre. Aucun obstacle de paroi n'est donc plus là pour maintenir aucune différence de tension. Le nœud, conséquemment, ne peut plus exister et le mouvement constitutif du ventre peut s'exercer en parfaite liberté.

Ici toutefois commence le rôle de l'onde inverse.

Le son, par conséquent aussi le mouvement vibratoire, se propagent dans toutes les directions.

Le mouvement vibratoire de l'air ambiant, excité par le mouvement alternatif de la tranche ventrale extrême, se propagera donc à l'intérieur du tuyau comme dans toute autre portion de l'atmosphère.

Voici donc l'origine d'une nouvelle onde sonore, cheminant en sens inverse de l'onde créée dans le tuyau. Par elle-même, la propagation de l'une ne nuira pas à celle de l'autre, car il n'y a là que le phénomène absolument normal de la propagation simultanée des sons et conséquemment des ondes dans diverses directions.

Mais l'onde inverse débute par un ventre et, dès son entrée dans le tuyau, la vitesse de mouvement alternatif qui constitue ce ventre, rencontrant la résistance causée par l'occlusion de la colonne d'air dans une paroi rigide, doit commencer à s'oblitérer pour se transformer progressivement en tension.

La nature de cette résistance n'est encore ici que l'action de la réflexion pariétale, dont la mesure est exprimée par l'indice.

L'onde progressant de la base vers le sommet du cône, l'effet de la conicité est d'augmenter la surface courbe de la paroi relativement à la surface courbe de paroi du cylindre. L'indice que nous désignerons par I' afin de le distinguer de I, indice du tuyau pour l'onde directe, est donc :

$$I' = \frac{D + D'}{D'}$$

La distance interpolaire se trouve donc être, pour l'onde inverse égale à l'onde directe O :

$$L' = \frac{O\ D'}{D + D'}$$

A partir de l'extrémité de cette distance intérieure au tuyau, sous l'influence seule de la réflexion pariétale, la tension ne se transformerait plus en vibration et se propagerait seulement avec la vitesse constante de propagation et intensité croissante, le long de la route infléchie par la réflexion. Il n'y aurait donc plus de génération de son dans le reste du tuyau, mais une série 1....n de distances conséquentes uniquement occupées par la tension.

Au moment toutefois où chaque distance interpolaire ou conséquente se trouve entièrement franchie, le temps employé à la franchir étant égal à la durée d'une vibration, avec le sens positif ou négatif de la vitesse vibratoire à l'entrée du tuyau, change aussi l'état positif ou négatif de la tension à l'origine de cette distance. Les deux extrémités s'en trouvent donc constamment sous signe périodiquement contraire. Or cela ne peut avoir lieu sans qu'il se forme un ventre entre les deux extrémités.

Dans le tuyau il y aura donc : d'abord une onde inverse primaire comprise entre un ventre et un nœud à distance interpolaire, puis plus ou moins d'ondes secondaires ayant chacune sur la même distance nœud ventre et nœud, et formant ainsi autant de distances conséquentes.

De cette façon, la série conjointe de toutes les distances présentera toujours, sur sa longueur entière, l'alternance régulière du ventre et du nœud nécessaire à la génération du son.

Les marches opposées des ondes pourront ainsi coexister.

Toutefois, s'il survenait interférence, la production du son pourrait être amoindrie, et même totalement supprimée, si, par interférence complète, l'énergie vibratoire décroissait jusqu'à zéro.

L'interférence complète ne se produira que par la rencontre, sur un même point et à égale intensité, des deux formes contraires, nœud et ventre, du travail mécanique, et l'égale intensité ne peut exister qu'à l'une des extrémités du tuyau. Par-

tout ailleurs il n'y aura que des différences, parce que la vibration est un mouvement pendulaire passant du minimum au maximum, puis à nouveau du maximum au minimum, et que ce passage s'effectue dans des temps égaux pour des distances interpolaires inégales.

Pour l'extrémité opposée à l'anche, si la longueur du tuyau est exacte, l'interférence ne peut jamais avoir lieu, parce que le mouvement y est solidaire dans les deux ondes.

A l'extrémité du côté de l'anche, il peut au contraire arriver que le rapport des distances interpolaires amène le ventre de la dernière distance conséquente inverse sur le nœud initial de l'onde directe.

L'interférence sera d'autant plus complète que la superposition sera plus exacte. Si elle n'est qu'approximative, jusqu'à une certaine limite le tuyau parlera encore, mais de plus en plus imparfaitement. Au delà de cette limite, le son s'éteindra et, si la superposition est exacte, la génération en deviendra absolument impossible.

Contrairement à ce qui peut arriver, comme on l'expliquera plus tard, en cas de doublement ou de dédoublement, jamais, quand le tuyau parle au son fondamental, il n'y aura interférence au point d'origine si la longueur de tuyau est exacte pour un ton quelconque, c'est-à-dire égale à la distance interpolaire déterminée par l'indice pour l'onde directe de ce ton.

En voici la raison :

Les expressions fractionnaires $\frac{D}{D + D'}$ de l'indice direct et $\frac{D'}{D + D'}$ de l'indice inverse ayant le même dénominateur, le tuyau contiendra toujours $\frac{D}{D'}$ distances interpolaires ou conséquentes d'onde inverse et, celle-ci étant égale à l'onde directe, au bout de ce nombre il y a toujours exactement nœud sur nœud.

Il peut toutefois y avoir coïncidence entre nœuds de signe contraire, c'est-à-dire entre un nœud par condensation et un nœud par dilatation. La génération du son n'est pas supprimée pour cela. A l'extrémité d'origine les tensions se détruiront d'abord, mais comme l'onde inverse ne peut y être parvenue sans

qu'il y ait vitesse acquise des deux parts et, dans ce cas, superposées en sens identique relativement à l'onde directe, la réaction de cette vitesse crée, au même instant, une différence nouvelle de tension sur la tranche terminale, de façon à y reconstituer un nœud de même signe que le nœud annihilé.

Il faut encore considérer maintenant un second phénomène perturbateur de la génération du son, dont on a différé jusqu'ici de parler, pour ne pas interrompre la démonstration de ce qui concerne la coexistence de l'onde directe et de l'onde inverse; ce second phénomène devant d'abord être étudié relativement à l'onde directe seule.

Jusqu'à présent nous nous sommes strictement tenus à l'hypothèse du cas que nous examinons : égalité entre la longueur du tuyau et la distance interpolaire d'onde directe qu'en détermine l'indice. Nous avons fait voir que, dans ces conditions, la formation du ventre terminal s'accomplit avec une parfaite régularité.

Supposons actuellement qu'on essaie de faire rendre un son fondamental de même élévation tonale par un tuyau de même indice, mais quelque peu plus long ou plus court.

L'élévation du ton étant la même dans les deux tuyaux, l'un de juste longueur et l'autre plus long qu'il ne faut, dans l'un et l'autre la languette devra faire des oscillations d'égale durée. Mais alors, dans le tuyau trop long, au moment du changement de signe, la vibration n'aura pu atteindre la tranche extrême du tuyau lui-même, mais seulement la tranche extrême de la distance interpolaire déterminée par l'indice.

C'est donc sur le point où se trouve cette dernière, à l'intérieur du tuyau, que devrait se former le ventre, puisqu'au moment où ce point est atteint par l'onde, dans celle-ci la tension est réduite à zéro par transformation totale en vitesse. Pour que le ventre se constituât librement, il faudrait néanmoins que, tout comme une portion d'atmosphère libre, la tranche de la colonne d'air contenue dans le tuyau, avec laquelle le ventre vient en contact, restât sans tension.

Il n'en est point ainsi. Parvenue à ce point, l'onde rencontre une masse d'air d'épaisseur égale à la différence de longueur de la distance interpolaire et du tuyau, et composée d'un nombre plus ou moins grand de tranches emprisonnées par la

paroi, sur lesquelles conséquemment l'élasticité de l'air extérieur ne peut agir de toute part afin de maintenir la nullité de tension et dont, quant à la transmission de la vitesse, chacune est solidaire de l'inertie de toutes les suivantes.

C'est là un obstacle, sur lequel l'impulsion donnée par la tranche extrême de l'onde ne peut avoir lieu sans un amortissement de vitesse, se traduisant par une tension et, conséquemment, par une modification de densité partagée entre la masse touchée et l'extrémité de l'onde elle-même.

Dès lors, la formation du ventre sera plus ou moins diminuée et, si la résistance devient suffisante, remplacée par la formation d'un nœud à l'extrémité de la distance interpolaire, chose contraire aux conditions de génération de l'onde primaire.

La production du son sera donc entravée et pourra s'amoindrir jusqu'à devenir nulle.

Remarquons que, dans la pratique, les facteurs d'orgues tirent fréquemment parti de ce phénomène, pour diminuer, s'il leur semble trop grand, l'éclat du timbre de certains jeux, en donnant un très léger excès de longueur aux tuyaux.

Au surplus, parvînt-on, malgré l'obstacle que nous venons de voir, à faire persister le son fondamental du tuyau de longueur exacte dans un tuyau de même indice, mais acquérant un excès de longueur de plus en plus grand, l'onde inverse prenant nécessairement son origine à l'extrémité du tuyau opposée à l'anche, il arriverait, nécessairement aussi, un moment où la relation des distances interpolaires de l'onde inverse et de l'onde directe amènerait interférence au point d'origine de celle-ci.

Supposons, au contraire, qu'on tente de faire produire le son fondamental d'un tuyau dont la longueur est exacte à un second tuyau de même indice mais de moindre longueur, l'extrémité ventrale de l'onde directe parviendra à l'extrémité du tuyau opposée à l'anche avant le changement de signe, c'est-à-dire avant que n'ait pris fin la durée d'une vibration du ton. La longueur de l'onde directe devra alors se parfaire dans l'atmosphère libre. Sauf certaines modifications de sa qualité dont la cause sera indiquée plus tard, et sous certaines conditions, le son pourra continuer à se produire. On ne s'occupera pas ici de ces conditions, parce que la recherche en rentre directement dans l'étude du dédoublement.

De nombreuses expériences ont démontré la justesse de la théorie que je viens d'exposer en ce qui touche le tuyau unicomplexe parlant au son fondamental. Elles ont été faites dans des conditions très diverses, sur des tuyaux dont la longueur variait de cinq mètres à quelques centimètres seulement, et sous des indices allant de $\frac{13}{12}$ à $\frac{4}{3}$, c'est-à-dire avec des rapports de diamètres terminaux compris entre : 12 : 1 et 3 : 1.

Voici l'une des plus curieuses et des plus concluantes.

Sur la seule donnée des diamètres terminaux, et avant d'avoir jamais vu les tuyaux, que je savais seulement avoir été traités par une main habile, j'ai indiqué la longueur qu'avaient respectivement, dans un orgue de Cavaillé-Coll, les cinq tuyaux sonnant les *ut* d'une trompette ordinaire de clavier à main et les trois tuyaux *d'ut* d'une bombarde de pédale.

Le calcul a été établi en deux fois, pour deux altitudes de diapason différentes. Les longueurs des tuyaux de trompette ont été calculées et vérifiées pour le ton du diapason normal (870 vibrations à la seconde) auquel l'orgue se trouvait à Paris, dans les ateliers du facteur; les longueurs de ceux de bombarde, lorsque l'instrument, placé au Palais de l'Industrie d'Amsterdam, eût été remis en harmonie d'après le *la* de 882 vibrations, qui était alors le ton d'orchestre de cette ville.

Je vais donner le tableau des résultats que M. Cavaillé-Coll a bien voulu contrôler lui-même. On y remarquera des fractions de millimètres dans l'énoncé des diamètres. En voici la raison :

Pour arriver à la précision désirable en vue d'une expérience, le mesurage direct des diamètres présentait des inconvénients. Au gros bout, la faible rigidité de la paroi, plaque d'étain assez mince, rend facile quelque altération de la forme circulaire. Engagé dans le noyau sans en affleurer la coupe inférieure, le petit bout se présente mal à l'œil. On a préféré calculer les diamètres d'après le développement, aisé à apprécier avec précision, des arcs terminaux des plaques d'étain taillées sur les échelles du jeu pour former la paroi des cônes tronqués, et réduire ensuite les diamètres des gros bouts proportionnellement aux retranchements de longueur éventuellement occasionnés par la mise en harmonie.

TABLEAU DES RÉSULTATS

TROMPETTE

DÉSIGNATION DU TUYAU	ONDE au ton NORMAL	DIAMÈTRE supérieur (D)	DIAMÈTRE inférieur (D')	INDICE DU TUYAU $\frac{D + D'}{D}$	LONGUEUR calculée T	LONGUEUR dans l'orgue T'	DIFFÉRENCE T' — T	RAPPORT $\frac{T' - T}{T}$
ut 8 pieds	$2^{m}6291$	$0^{m}1242$	$0^{m}0130$	1, 1046	$2^{m}3808$	$2^{m}402$	$0^{m}02120$	0, 0089
ut 4 pieds	1, 3145	0, 0980	0, 0102	1, 1041	1, 1905	1, 200	0, 00950	0, 0079
ut 2 pieds	0, 6573	0, 0785	0, 0077	1, 0980	0, 5986	0, 600	0, 00140	0, 0024
ut 1 pied	0, 3286	0, 0604	0, 0067	1, 0468	0, 29748	0, 298	0, 00052	0, 0017
ut 1/2 pied	0, 1643	0, 0449	0, 0053	1, 1180	0, 14696	0, 147	0, 00004	0, 0002

BOMBARDE

DÉSIGNATION DU TUYAU	ONDE au ton DE L'ORGUE	DIAMÈTRE supérieur (D)	DIAMÈTRE inférieur (D')	INDICE DU TUYAU $\frac{D + D'}{D}$	LONGUEUR calculée T	LONGUEUR dans l'orgue T'	DIFFÉRENCE T' — T	RAPPORT $\frac{T' - T}{T}$
ut 16 pieds	$5^{m}18124$	$0^{m}207$	$0^{m}0220$	1, 1062	$4^{m}6837$	$4^{m}749$	$0^{m}0653$	0, 0139
ut 8 pieds	2, 59062	0, 147	0, 0142	1, 0965	2, 3626	2, 368	0, 0054	0, 0023
ut 4 pieds	1, 29581	0, 103	0, 0100	1, 0966	1, 1812	1, 183	0, 0018	0, 0016

Moyenne du rapport des différences $\frac{T' - T}{T}$ sur les 8 tuyaux $\frac{48}{10000}$

Ce degré remarquable de concordance entre les indications du calcul et la pratique empirique (moyenne d'à peu près cinq millimètres d'excès par mètre courant de longueur), est extrêmement significatif en faveur de mes hypothèses, eu égard surtout à ce que je vais expliquer.

Comme je l'ai dit plus haut, c'est chose absolument constante que, pour modifier la qualité du son, le facteur d'orgues se serve d'une légère prolongation du tuyau, mise aujourd'hui au juste point au moyen de l'entaille ; procédé qui permet de conserver la bonne harmonie des jeux d'anche, tout en leur faisant suivre le ton du prestant, lequel varie, sur le *la* normal, d'environ une vibration et demie par degré centigrade de température. Dom Bédos (2e partie, chapitre x, n° 1157) recommande de tenir les jeux d'anche aussi longs que possible, mais fait remarquer qu'on n'y parvient pas sans quelque difficulté. Cette difficulté indique assez qu'il s'agit de dépasser la longueur normale, moyennant laquelle la génération du son doit s'accomplir avec le plus de facilité.

Remarquons d'un autre côté que, dans les grands tuyaux à anche battante, la force et l'éclat sont comparativement si considérables que l'effet en écrase pour ainsi dire celui des petits tuyaux. C'en est à ce point, qu'avant l'introduction dans l'orgue de pressions plus fortes dans les dessus pour obvier à cet inconvénient, on était obligé de renforcer la région supérieure des jeux d'anches par l'addition du cornet, jeu de mutation composé à bouche, qui n'a pas moins de cinq tuyaux pour chaque touche.

Même en ce qui concerne l'effet d'ensemble de l'orgue, on s'expose à une rudesse désagréable dans les basses, si l'on ne tempère le tranchant du timbre des grands tuyaux à anche.

Par contre, il s'agit de laisser toute la force possible et assez d'éclat aux tuyaux des dessus.

Si l'excès de longueur constaté dans un excellent instrument comme celui de Cavaillé-Coll correspondait à une erreur dans la théorie de la formation du son dans le tuyau, il se retrouverait partout avec une sensible uniformité.

Si au contraire il ne dépend que d'une application de procédé réglée par le goût d'un facteur habile, conformément à ce qu'indique ce qu'on vient d'exposer, l'excès devra décroître en allant des basses vers les dessus.

Or c'est précisément là ce que montre le tableau des résultats de l'expérience. A partir de l'*ut* de seize pieds jusqu'à l'*ut* d'un demi-pied, situé à six octaves au-dessus, à travers toute la diversité d'indice des tuyaux, l'excès exprimé en dix millièmes décroît dans le rapport 139 : 2.

Des tuyaux construits avec un soin minutieux en vue des expériences, dans lesquelles on n'a plus à tenir compte des modifications de timbre et de force nécessaires pour bien mettre un orgue en harmonie, donnent une approximation telle que, par compensation des différences positives ou négatives, d'ailleurs toujours très petites, on arrive sensiblement à l'exactitude. Ces différences sont inévitables, car voyez quelle est la sensibilité des résultats aux moindres imperfections de construction.

Pour un tuyau long de $0^{m}500$ et sous l'indice $\frac{4}{3}$ dérivant de $\frac{D'}{D} = \frac{6}{18}$ tel qu'un de ceux dont je me suis servi dans quelques expériences, une différence d'un dixième de millimètre de diamètre en D' produit dans la longueur d'onde une différence de $0^{m}0027$, soit par mètre courant de tuyau de $0^{m}0054$, ou bien, relativement à la longueur d'onde égale à un mètre, une différence de $0^{m}003$ dans la longueur du tuyau.

Sous un indice faible comme $\frac{13}{12}$ résultant de $\frac{D'}{D} = \frac{6}{72}$ la même différence d'un dixième de millimètre en D' produit encore une différence de $0^{m}0014$ sur le mètre courant de longueur d'onde et de $0^{m}0011$ sur le mètre courant de longueur de tuyau.

Mais quel ouvrier peut répondre d'une irrégularité de quelques dixièmes de millimètres dans la conformation du tuyau, alors qu'il faut régler d'épaisseur la plaque destinée à former le corps, la couper selon la figure qu'elle doit avoir, en rectifier les rives au moyen d'un léger coup de rabot, la rouler sur un mandrin, la souder en longueur, retendre le corps à la batte ou au brunissoir sur un moule, afin de le dégauchir et d'en régulariser la rotondité, l'ajuster enfin dans le noyau et l'y souder ; tout cela en se servant d'un métal ductile il est vrai, mais encore doué d'assez d'élasticité pour réagir un peu sous l'outil ?

Au surplus, comme le jugement de l'oreille doit jouer un rôle

important dans l'appréciation, les expériences sont d'une grande délicatesse. L'oreille est surtout sujette à caution quand il y a un certain intervalle entre l'émission successive des sons qu'il s'agit de comparer.

Voici donc comment je préfère exécuter les expériences. Il faut avoir, pour chaque ton fondamental qu'on se propose d'étudier, trois tuyaux de mêmes diamètres en D et en D', langueyés bien pareillement et parlant parfaitement. L'un est de longueur exacte pour le ton déterminé par l'indice, le second présente une petite différence de longueur en plus, le troisième la même différence mais en moins. Au moyen de la sirène on les met tous trois exactement à l'unisson du ton fondamental que la théorie assigne au premier, on les fait parler tour à tour, avec le moins d'intervalle possible entre les émissions de leurs sons respectifs. On découvre ainsi plus facilement la moyenne de force, de timbre spécial dont nous parlerons tout à l'heure et de netteté, qui caractérise l'émission du ton fondamental dans des conditions normales.

On renverse alors l'expérience, en prenant trois tuyaux de mêmes diamètres D et D' et de longueur parfaitement égale. Après les avoir tous mis exactement à l'unisson du ton fondamental théorique fourni par la sirène, on conserve ce ton sur le premier tuyau, on l'abaisse d'un certain nombre de vibrations dans le second, et on le hausse du même nombre de vibrations dans le troisième. On compare alors les résultats.

On la contrôle enfin, en se servant de tuyaux de même longueur et ayant le même rapport D' : D entre leurs diamètres terminaux, mais de grosseur absolue différente. Le coloris du son change, mais on se convainc que le caractère propre du ton fondamental correspond encore, sous ce nouveau coloris, à l'exactitude de longueur.

Pour déterminer autant qu'il est possible les caractères du son qui correspondent à la génération de celui-ci au ton fondamental, occupons-nous enfin d'un phénomène qui joue un rôle très important dans la constitution du timbre.

Entre certaines limites d'écart au-dessus et au-dessous du ton fondamental, la sonorité du tuyau à anche paraît fort sensiblement se composer de la réunion de deux sons distincts ; l'un plus éclatant et plus sec, ayant par son mordant de l'analogie

avec le « cuivré » des instruments d'orchestre ; l'autre assez sourd, mais d'une très grande rondeur et que les facteurs appellent le *bourdon* des jeux d'anche. On croirait, en effet, lorsque apparaît ce deuxième son, entendre un jeu à bouche couvert sonner à l'unisson du tuyau.

J'incline à croire que ce bourdon n'est autre que la résonnance propre de l'onde inverse.

Comme celle de l'onde dans les tuyaux à bouche, la génération de cette onde inverse procède du ventre au nœud et, de la sorte, au lieu d'être déterminée par les changements de densité relativement brusques et saccadés que produit le jeu de l'anche battante, elle l'est par l'oscillation pendulaire de la tranche ventrale, dont la vitesse passe par une gradation parfaitement régulière du sens positif au sens négatif. De plus, tout comme la colonne d'air du tuyau à bouche couvert, celle contenant les distances interpolaires et conséquentes de l'onde inverse se trouve emprisonnée par la paroi, sans autre communication avec l'atmosphère que par la tranche d'origine.

Il n'est donc pas étonnant qu'engendrée d'une façon si semblable, la sonorité de l'onde inverse prenne le caractère de celle du tuyau à bouche couvert ou bourdon.

Le nombre des vibrations de la languette restant celui propre au ton du son fondamental, si on diminue un peu la longueur du tuyau, par des raisons qu'on verra au chapitre du dédoublement, le son propre de l'onde directe devient plus aigre, plus bruyant, semble devenir plus violent et masque ainsi le son de l'onde inverse.

Si on augmente un peu la longueur, comme nous l'avons déjà vu, le son propre de l'onde directe s'assourdit. Le bourdon s'y confond davantage.

Dans l'un comme dans l'autre cas néanmoins, jusqu'à ce qu'on arrive au point où, soit les obstacles déjà signalés à l'extrémité ventrale, soit l'interférence à l'extrémité nodale supprimeront la production du son, le rapport

$$\frac{D}{D + D'} : \frac{D'}{D + D'}$$

de la distance interpolaire dans l'onde directe et dans l'onde inverse ne pourra que rester constant, puisque l'indice du tuyau

ne varie pas. Mais alors, la longueur devenant irrégulière pour l'onde directe le devient aussi pour l'onde inverse.

Toutefois, comme malgré l'irrégularité, le tuyau contient toujours $\frac{D}{D'}$ fois la distance interpolaire inverse L', il y aura toujours au moins une distance interpolaire L' de longueur régulière et, par conséquent, une fois au moins le son propre de cette onde ne sera pas gêné dans sa production. Jusqu'au point d'interférence, le surplus T — n L' n'agira que par différence sur le nœud initial de l'onde directe.

Le son propre de l'onde inverse tendra donc davantage à persister que celui de l'onde directe, et le bourdon dominera d'autant plus.

Tout ceci montre que la fusion à intensité sensiblement égale du son d'onde directe et du bourdon est, pour l'oreille, le criterium le plus sensible de la production de son fondamental exact.

Mais, je le répète, il ne faut pas perdre de vue que, dans la pratique, afin de tempérer l'éclat et d'augmenter le moelleux et la rondeur du son, le facteur d'orgues dépasse la plupart du temps un peu cette limite, dans le sens d'excès de longueur du tuyau.

IV

DOUBLEMENT

Le tuyau contient plus d'une longueur d'onde directe.

Lorsque le tuyau parle au son fondamental, si on diminue la longueur de la languette, ce qui a pour effet d'augmenter le nombre des vibrations, le son, avons-nous vu, monte d'abord un peu, puis disparaît quoique le courant d'air ne cesse pas de passer, puis reparaît à une hauteur plus grande, disparaît à nouveau et parcourt ainsi une série de phases d'extinctions et de réappa-

ritions ascendantes, quand on persiste à accroître la fréquence des vibrations.

En voici la raison. L'augmentation du nombre des vibrations raccourcit l'onde dans le rapport V : N. La distance interpolaire doit donc diminuer suivant le même rapport, quoique l'indice ne varie pas.

Les obstacles à la génération du son, que nous avons déjà montré devoir se produire en pareil cas, se développent donc et, quand ils ont acquis une puissance mécanique égale à celle de la transformation de tension en vitesse, l'intensité de la vibration est réduite à zéro.

Au moment où s'éteint le son, les variations de tension se trouvent donc compensées.

Cette compensation réagit sur le mouvement de la languette, puisque les oscillations de celle-ci ne peuvent être entretenues que par des différences alternatives de pression sur sa surface interne, égales à la réaction de son élasticité sur la force qu'applique à sa surface externe la puissance mécanique du courant d'air.

Le courant d'air ne cessera pas pour cela de passer, car n'étant plus influencée, l'élasticité de la languette la tiendra éloignée du canal de l'anche dans la mesure de sa courbure.

Le raccourcissement ne peut diminuer la longueur d'onde en accélérant les vibrations s'il n'augmente proportionnellement la force élastique de la languette.

Si le raccourcissement continue, il arrivera un moment où les causes de compensation n'équilibreront plus l'accroissement de cette force. La puissance mécanique du courant d'air reprendra alors son efficacité sur la face externe de la languette, et le jeu de celle-ci se rétablira, engendrant d'après le nombre des vibrations une onde nouvelle $\frac{V}{N'}$.

Néanmoins pour qu'il en puisse être parfaitement ainsi, il faut, tout comme pour la génération du son fondamental, que la tranche ventrale extrême de l'onde occupe exactement l'extrémité du tuyau opposée à l'anche. L'onde nouvelle étant plus courte que l'onde fondamentale, cela n'arrivera que si le coefficient m exprimant le nombre de distances interpolaires de l'onde nouvelle

nécessaire pour former la longueur du tuyau est un nombre entier.

On a ainsi T = L m.

Mais

$$L = \frac{O}{I}$$

Si donc, afin de la distinguer de l'onde O du ton fondamental nous appelons *O* l'onde du ton de doublement, il y a :

$$T = \frac{O\ m}{I}$$

Toutefois, bien que toujours fonction de la réflexion pariétale, la valeur I se modifie dans le cas qui nous occupe.

En considérant la façon dont la distance interpolaire de l'onde inverse du ton fondamental s'établit à l'intérieur du tuyau, nous avons vu que c'est simplement d'après l'indice ; dans le cas $\frac{D'}{D + D'}$. Cela provient de ce que le mouvement vibratoire se présente déjà tout formé à l'entrée du tuyau.

Pour le doublement, il n'en est pas ainsi : avant de s'y propager, le mouvement vibratoire doit se former à l'intérieur même du tuyau.

Afin de nous rendre compte plus clairement de ce qui se passe, détachons par la pensée du tuyau entier T un tronçon t, pris du côté de l'anche.

A son extrémité opposée à l'anche le diamètre d de ce tronçon sera nécessairement :

$$d = D' + \frac{(D - D')\ t}{T}$$

L'indice propre i du tronçon sera donc :

$$i = \frac{\left(D' + \frac{(D - D')\ t}{T} + D' \right)}{\left(D' + \frac{(D - D')\ t}{T} \right)}$$

soit

$$i = 1 + \frac{D'\ T}{D'\ T + (D - D')\ t}$$

D'où l'inégalité :

$$i > I.$$

Si ce tronçon, considéré comme tuyau indépendant, devait parler au son fondamental à lui propre, la distance interpolaire y serait :

$$L = \frac{O}{i}$$

Supposons qu'il en soit ainsi, et réunissons le tronçon t au reste du tuyau T.

L'onde formée en t tendrait d'abord à se propager dans tout le tuyau T ainsi reconstitué, par une série de distances interpolaires dont chacune serait $\frac{O}{i}$.

Mais au moment même de la reconstitution de T, l'indice propre I de ce tuyau entier reprendrait son action, et l'onde tendrait à s'y former et à s'y propager avec la distance interpolaire $\frac{O}{I}$.

De cet antagonisme il résulte que la distance interpolaire se forme et se propage conformément à la moyenne des indices propres du tronçon et du tuyau entier, soit :

$$L = \frac{2O}{I + i}$$

et comme $\frac{T}{m}$ doit égaler L,

$$\frac{T}{m} = \frac{2\,O}{I + i}$$

La longueur du tuyau entier sera donc :

$$T = \frac{m\,2\,O}{I + i}$$

Remarquons qu'en réalité, cette formule est identique à celle mesurant le tuyau parlant au son fondamental, car, si on prend $m = 1$,

$$d = D' + \frac{(D - D')\,T}{T} = D$$

et conséquemment :

$$i = I \text{ et } T = \frac{2\,O}{(I + I)} = \frac{O}{I}$$

En somme donc l'onde du ton de doublement égale toujours une partie aliquote du tuyau, prise du côté de l'anche et multipliée par la moyenne des indices propres de cette partie et du tuyau entier.

Quand le tuyau T double, il contient donc, à partir du bout de l'anche, d'abord le tronçon t égalant $\frac{T}{m}$, occupé par une distance interpolaire primaire, comme telle comprise entre un nœud et un ventre, puis un ou plusieurs autres tronçons $\frac{T}{m}$ occupés chacun par une distance conséquente, comprise entre deux ventres, avec formation par l'opposition de ces deux ventres d'un nœud dans sa partie moyenne. Il y a donc, sur toute la longueur de T la succession nœud ventre, nœud ventre et ainsi de suite, nécessaire à la formation du son, avec ventre à l'extrémité de T opposée à l'anche.

On voit que le mode de propagation de l'onde directe de doublement à l'intérieur du tuyau est tout à fait analogue au mode de propagation de l'onde inverse au son fondamental, et ne présente que ces deux différences : la longueur L des distances interpolaires et conséquentes n'est pas déterminée par I seul, mais par la moyenne $\frac{I + i}{2}$, et L est toujours partie aliquote de T.

Reste à examiner l'influence de l'onde inverse dans le doublement.

Pour le faire plus commodément, appelons indice composé et désignons par J la moyenne $\frac{I + i}{2}$.

Tout comme lors de l'émission du son fondamental, il y aura onde inverse se propageant dans le tuyau par distances interpolaires et conséquentes $\frac{O\,D'}{D + D'}$ soit $\frac{O}{I'}$.

Mais les distance interpolaire et conséquentes directes n'étant plus représentées par une expression fractionnaire de même

dénominateur, puisqu'elles sont $\frac{O}{J}$, l'interférence sur la tranche initiale de l'onde directe pourra se produire pour divers doublements, à raison de la valeur diverse de m dans $\frac{O}{J} : \frac{m\,O}{I'}$.

Dès lors le son de hauteur tonale propre au doublement, amenant interférence, ne pourra s'engendrer, et le tuyau ne recommencera à parler que par constitution d'un rapport $\frac{O}{J} : \frac{m\,O}{I'}$ sans interférence dans un doublement supérieur.

C'est là l'obstacle possible à l'extrémité nodale du tuyau, mais en outre, dans le doublement comme dans l'émission du son fondamental, les mêmes obtacles que nous avons exposés en traitant de cette dernière peuvent se développer à l'extrémité ventrale. De là résultent les phases semblables qu'on observe. d'amortissement progressif et d'embarras avant la disparition et d'accroissement jusqu'au point normal à la réapparition du son.

Voici maintenant deux phénomènes propres au doublement :

A mêmes diamètres D et D' la masse d'air en vibration est plus considérable, pour un même ton, dans le tuyau qui double que dans le tuyau parlant au son fondamental. Le son en devient plus plein.

A mêmes diamètres D et D' et pour un même ton, le degré d'inclinaison de la paroi sur l'axe est moindre dans le tuyau qui double que dans le tuyau parlant au son fondamental. L'éclat du timbre en est diminué.

Il faut encore noter ceci :

A mesure qu'augmente le degré du doublement, la longueur de la partie vibrante et par conséquent l'ouverture formée par la levée de la languette diminuent. Pendant la durée de chaque vibration, il ne pénètre donc dans le tuyau qu'une quantité d'air moindre relativement à cette durée. Cette diminution n'influe pas sur la constitution de la distance interpolaire et laisse donc également intacte l'expression $T = \frac{m\ 2\ O}{I + i}$. Mais, en revanche, l'intensité du son diminue à chaque doublement nouveau, de façon que pour l'empêcher de décroître il faut augmenter la pression de la soufflerie, afin de faire passer, dans un même

temps, une quantité d'air suffisante par un orifice de moindre dimension.

Ici encore l'expérience est venue confirmer l'exactitude de la théorie.

Un tuyau long d'un mètre et ayant $I = \frac{13}{12}$ a donné sensiblement les doublements suivants, correspondant aux longueurs d'onde calculées d'après les valeurs de m et des indices complexes respectifs.

m = 2 . . . . O = $0^{m}5593$
m = 3 . . . . O = 0,3819
m = 4 . . . . O = 0,2937
m = 5 . . . . O = 0,2395
m = 6 . . . . O = 0,2026

On a ensuite mis en expérience un tuyau long également d'un mètre, mais ayant l'indice beaucoup plus fort $I = \frac{4}{3}$.

Les longueurs d'onde des doublements successifs, obtenus au nombre de quatre seulement, ont été :

O = $0^{m}7083$
O = 0,4888
O = 0,3047
O = 0,2444

Si on vérifie par quel m a lieu la division de la longueur du tuyau pour ses doublements, on trouve :

$0^{m}7083$ . . . . m = 2
0,4488 . . . . m = 3
0,3047 . . . . m = 5
0,2444 . . . . m = 6

Le doublement correspondant à m = 4, et pour lequel le calcul indique $O = 0^{m}3750$, n'est donc pas apparu.

Voici ce qu'on découvre en recherchant la cause de cette lacune.

L'indice inverse I' $\left(\text{soit } \frac{D'}{D + D'}\right)$ du tuyau entier est I' = 4.

La longueur $\frac{O}{I'}$ des distances interpolaire et conséquentes déterminée par cet indice est :

$$\frac{0^{m}3750}{4} = 0^{m}09375$$

Dix de ces distances font $0^{m}9375$.

Le tuyau ayant un mètre de long, présente la différence en excès $1^{m}0000 - 0^{m}9375 = 0^{m}0625$.

A cette distance $0^{m}0625$ de la tranche d'origine, prendrait donc naissance une onzième distance, laquelle serait conséquente inverse et, comme telle, comprise entre deux nœuds.

Remarquons que, dans une distance conséquente quelconque, la place du ventre, si cette distance est située entre deux nœuds, la place du nœud, si la distance est située entre deux ventres, se trouve au point de contact de deux fractions e et e' de la distance, respectivement proportionnelles au diamètre sur lequel chacune d'elles prend naissance à l'une des extrémités. Il en est ainsi, parce que chacune d'elles est proportionnelle à la distance interpolaire de l'onde directe et de l'onde inverse d'un tuyau dont la longueur égalerait leur somme.

On a donc $e : e' :: \frac{D}{D + D'} : \frac{D'}{D + D'}$ d'où $e : e' :: D : D'$.

Ramenons les diamètres terminaux du tuyau entier à $D = 3$ et $D' = 1$, ce qui est conforme à $I = \frac{4}{3}$.

A $0^{m}0625$ de son extrémité nodale, le tuyau aurait pour diamètre 1,125.

Si, conservant toujours la même inclinaison de paroi, le tuyau était prolongé de $0^{m}03125$ pour pouvoir entièrement renfermer dans son intérieur la onzième distance (dixième conséquente) inverse, il acquerrait $1^{m}03125$ de longueur et le diamètre D' de son petit bout deviendrait 0, 9375.

La partie e de la distance $0^{m}09375$ prenant naissance sur le diamètre D égal à 1,125 est d'après ce qui a été démontré tout à l'heure :

$$e = \frac{0^{m}09375 \times 1{,}125}{1{,}125 + 0{,}9375} = 0^{m}05113$$

Le ventre de la onzième distance inverse qui nous occupe tombe donc à $0^{m}09375 \times 10 + 0^{m}05113$, soit à $0^{m}98863$ de l'extrémité du tuyau opposée à l'anche; donc aussi à $1^{m}00000 - 0^{m}98863$, c'est-à-dire à $0^{m}01137$ seulement de l'extrémité

nodale. Là se trouve une tranche sur laquelle le potentiel de tension n'a encore perdu que $\frac{1137 \times 4}{37500}$ ou 0,120 environ de sa valeur. Le degré d'interférence est donc $\frac{880}{1000}$ et, dans des conditions aussi défavorables, le doublement par m = 4 ne peut se produire.

Une lacune analogue se rencontre sur le tuyau long d'un mètre, avec indice $I = \frac{7}{6}$. Le doublement par m = 5, dont l'onde serait $O = 266,666$, n'y apparaît pas, et le ton saute du doublement par m = 4 au doublement par m = 6. En vérifiant, on trouve pour le doublement par m = 5 un degré d'interférence de $\frac{776}{1000}$.

Dans les recherches expérimentales, il importe d'être attentif à ces lacunes provenant d'interférences, afin de ne pas être induit en erreur par d'apparentes anomalies dans la succession des tons de doublement.

Pour les expériences concernant les doublements, encore plus que pour celles relatives au son fondamental, il convient de se servir, non pas d'un seul tuyau dont on ferait varier le ton par le déplacement de la rasette, mais d'un nombre de tuyaux égal à celui des divers sons qu'on veut étudier. Pour toute la série des doublements dérivant d'un même indice I, ces tuyaux, bien entendu, doivent être exactement égaux de longueur et avoir exactement aussi les mêmes diamètres terminaux D et D'. Ils doivent, en un mot, être construits avec beaucoup de soin, parce que l'indice propre du tronçon formé du côté de l'anche par la division du tuyau en parties aliquotes étant la plupart du temps très fort, la moindre irrégularité dans les diamètres vicie sensiblement les résultats.

Mais, si les différents tuyaux d'une même série doivent être bien égaux de longueur et de diamètres terminaux, il importe, et c'est là le principal motif qui rend nécessaire l'emploi d'un tuyau spécial pour chaque doublement, que chacun des tuyaux soit régulièrement anché et surtout langueyé en vue du ton

qu'il doit rendre, c'est-à-dire, autant que faire se peut, comme un tuyau destiné à rendre le même ton en son fondamental.

En voici les raisons :

D'abord, quand on baisse la rasette pour faire doubler, la languette tend à se fermer, ce qui, indépendamment de la réduction déjà signalée du passage de l'air, rend la levée de la languette trop faible relativement à son élasticité et, par là, comme disent les facteurs, le tuyau trop prompt à parler. Pour obtenir une bonne émission de son, il faut un peu cambrer la partie vibrante, ce qui tourmente la courbure générale de la languette et la dérange pour le cas qu'on voulût revenir en arrière.

En second lieu, si l'épaisseur de la languette est bonne quand celle-ci vibre dans son entier, elle devient trop forte pour une partie très réduite par le raccourcissement, et cette dernière prend trop de raideur pour que le vent la mette aisément en mouvement.

Troisièmement, par l'effet du raccourcissement, la largeur de la partie vibrante devient de plus en plus grande relativement à sa longueur, ce qui rend cette partie très sujette à gauchir dans le sens transversal, irrégularité extrêmement préjudiciable à la formation du son.

Pour maintenir la grosseur de l'anche plus en rapport avec celle du petit bout du corps, il n'y a d'ailleurs aucun inconvénient à la laisser plus cylindrique à mesure qu'on construit le tuyau pour un ton plus élevé, c'est-à-dire à n'enlever qu'une bande moins large dans le sens de la longueur de la paroi, pour former l'ouverture convenable à l'application d'une languette de plus en plus étroite, dont on règle alors la levée et la courbure avec facilité.

Enfin, lorsque la rasette descend à une certaine distance du coin qui maintient la languette dans le noyau, il est difficile que la partie inactive de la languette, comprise entre le coin et le crochet, continue à fermer hermétiquement. Or rien n'est plus pernicieux pour la régularité des résultats qu'une infiltration d'air immédiatement au dessus de la partie vibrante, car cette infiltration y trouble nécessairement le potentiel de tension.

Aussi, pour parer à celle qui, indépendamment de ce qui concerne la languette, pourrait se produire et, de fait, se produit assez souvent entre la paroi de l'anche ou les côtés du coin et

la paroi intérieure du noyau, ai-je coutume d'employer un peu de cire, que j'étends et fais pénétrer au moyen d'une aiguille à tricot un peu chaude.

Sans toutes ces précautions, on s'expose à de l'irrégularité dans le résultat des expériences.

Ajoutons, en terminant, que, dans la pratique, pour les doublements comme pour le ton fondamental, le facteur d'orgues se sert fréquemment d'un petit excès de longueur qu'il laisse au tuyau, afin de modifier à son gré le timbre du son. Il a même une certaine latitude à cet égard, car dans bien des cas, surtout pour les premiers doublements, plus espacés entre eux, le ton normal se produit assez largement avant l'instant ou le tuyau cesse de parler pour sauter à un doublement plus élevé.

V

DÉDOUBLEMENT

Le tuyau contient moins d'une longueur d'onde.

Sur cette donnée, le problème de la recherche du rapport $\frac{O}{T}$ est indéterminé, puis qu'a priori, contrairement à ce qui a lieu pour le son fondamental et le doublement, la réduction de longueur du tuyau T relativement à la longueur de l'onde ω de dédoublement est inconditionnellement illimitée.

Il faut donc une base hypothétique à l'analyse.

Avant de choisir cette base, rappelons que tout indice I est coefficient équateur de la distance interpolaire à la longueur d'onde.

Dans l'atmosphère libre, la longueur d'onde et la distance interpolaire sont identiques. Conséquemment l'indice y est toujours $I = 1$ ou, pour ramener cette égalité à la forme normale $1 + K$ de l'indice, $I = 1 + 0$.

L'unité peut donc être appelée *indice atmosphérique*, que nous désignerons par A.

Il en résulte que toute caractéristique $K \geq o$ exprime la différence $I - A$ de l'indice de tuyau I à l'indice atmosphérique et que, donc, tout indice I peut être écrit $A + K$.

ONDE DIRECTE

Supposons l'onde de dédoublement ω engendrée par un tuyau θ de longueur quelconque, mais que toutefois nous supposerons cylindrique, afin de faciliter, sans autres hypothèses explicatives, la conception de modifications de longueur sans changement d'indice.

Pendant que ce tuyau parle au son fondamental, tandis donc que la durée des vibrations et conséquemment la longueur d'onde ω restent invariables, partageons-le en deux tronçons T et τ de longueur égale, étant :

$$T = \frac{\theta}{2} \text{ et } \tau = \frac{\theta}{2}$$

Dans le tronçon T nous trouvons l'indice propre :

$$I = A + K$$

Dans le tronçon τ de même :

$$i = A + K$$

de sorte que l'indice J du tuyau entier θ est tout à la fois la moyenne des indices propres des tronçons et égal à l'indice propre du tronçon T, c'est-à-dire :

$$J = \frac{I + i}{2} = I = A + K$$

Ensuite, le tuyau θ parlant toujours au son fondamental, dépouillons, par la pensée, le tronçon τ de sa paroi, à l'instant ou commence une vibration.

La durée de la vibration n'étant encore écoulée qu'à moitié quand la tête de l'onde arrive à l'origine du tronçon τ, le parcours de l'onde tend à s'y achever par τ I.

Mais l'indice atmosphérique A tend également à s'établir sur toute la longueur de ce tronçon, par suite de l'ablation de la paroi. Sur cette longueur s'établit donc un indice complexe i' par la moyenne :

$$i' = \frac{A + I}{2} = \frac{2 A + K}{2} = \frac{A + K}{2}$$

Pour le tuyau entier θ, l'indice J se formera, comme tout à l'heure, par la moyenne des indices respectifs des tronçons :

$$J = \frac{I + i'}{2} = \frac{A + K + A + \frac{K}{2}}{2} = A + \frac{3 K}{4} = I - \frac{K}{4}$$

Remarquons que, d'après tout ce qui précède, dans l'expression $I - \frac{K}{4}$ la quantité $- \frac{K}{4}$ est seule variable.

Tel est l'indice J, c'est-à-dire le coefficient équateur de θ à la longueur ω de l'onde de dédoublement.

Mais dans θ le tronçon τ est imaginaire, puisqu'il n'a pas de paroi, le tronçon T seul réel.

Pour rendre concrète la valeur de l'indice, il faut l'approprier au tronçon réel seul.

Il faut donc poser pour H, coefficient équateur de T à la longueur d'onde ω de θ, ou indice de T pour ω :

$$H : J :: \theta : T$$

d'où :

$$H = J \times \frac{\theta}{T} = 2 J = 2 I - \frac{K}{2}$$

expression où, de nouveau, la quantité $- \frac{K}{2}$ est seule variable.

Jusqu'ici nous avons supposé les tronçons T et τ égaux entre eux. S'il y survient inégalité, deux éléments nouvaux apparaîtront dans le calcul.

D'abord, comme elle ne s'applique qu'à T seulement, la variable $- \frac{K}{2}$ de l'indice H doit prendre comme coefficient le rapport $\frac{T}{\tau}$ des longueurs de tronçon, ce qui donne :

$$H = 2 I - \frac{K T}{2 \tau}$$

En second lieu, cette variable proportionnelle $-\frac{K}{2}\frac{T}{\tau}$ doit être diminuée du produit de la variable $-\frac{K}{2}$ existant quand les tronçons sont égaux entre eux, par le rapport $\frac{T-\tau}{(T+\tau)^2}$ de la différence des longueurs de T et de τ au carré de la somme de ces longueurs.

En effet, si la différence quantitative d'indice atmosphérique a modifié l'indice I sur toute tranche intérieure de θ selon l'axe, de même la différence quantitative d'indice I modifie l'indice atmosphérique A sur toute tranche extérieure de côté égal à θ et passant également par l'axe. La constance de l'indice atmosphérique est ainsi altérée dans la masse d'air enveloppant le tuyau, et cette modification nécessite correction de la variable $-\frac{K}{2}\frac{T}{\tau}$ qui dépend des moyennes d'indice.

On a donc définitivement :

$$H = 2\,I + \left(\frac{K}{2} \times \frac{T-\tau}{(T+\tau)^2}\right) - \frac{K}{2}\frac{T}{\tau}$$

d'où, en nommant p le rapport $\frac{T}{\tau}$, on tire la formule générale :

$$H = 2\,I + \left[\left(\frac{p-1}{(p+1)^2} - p\right) \times \frac{K}{2}\right]$$

ONDE INVERSE

Appelons toujours O l'onde propre T I du tuyau réel T et ω l'onde de dédoublement T H.

La vitesse V du son est toujours constante, par conséquent les temps de parcours étant b et β, il y a :

$$b : \beta :: O : \omega$$

Donc la tranche extrême de l'onde directe ω atteindra l'extrémité du tuyau T opposée à l'anche, dans le temps b, et l'extrémité de sa propre longueur dans le temps β, égal à la durée d'une vibration.

Par l'arrivée de la tranche extrême de l'onde ω à l'air libre, la réflexion commencera aussitôt l'expiration du temps b, tandis

que la fin de la durée d'une vibration et le changement de signe n'auront lieu qu'à l'expiration du temps β.

Il en résulte qu'à l'expiration du temps β, c'est-à-dire à l'instant ou finit la durée de la vibration, L' étant la distance interpolaire inverse de l'onde ω, c'est-à-dire $\frac{\omega D'}{D + D'}$ il y a déjà dans le tuyau :

$$\frac{L' (\beta - b)}{\beta}$$

quantité qui, d'après la grandeur de l'indice H, peut déjà conduire, soit à une superposition de nœuds formant concordance, soit à un degré d'interférence suffisant pour arrêter le son, amortissant l'une ou l'autre en tout cas le potentiel de L', sur la tranche d'origine du tuyau T et au moment ou commence la durée d'une vibration.

S'il n'en est point ainsi, pendant chaque durée ultérieure d'une vibration, s'ajoutera dans le tuyau à $L' \frac{(\beta - b)}{\beta}$ une distance conséquente L'' d'onde inverse toujours égale à la distance interpolaire L' de cette onde, jusqu'à ce que se produise

$$T - \left(L' \frac{(\beta - b)}{\beta} + n L''\right) < L'$$

situation dans laquelle le rapport

$$\frac{L'}{T - \left(L' \frac{(\beta - b)}{\beta} + n L''\right)}$$

conduira, soit à la superposition de nœuds, soit au degré d'interférence quelconque.

Quand l'indice H est très fort, il peut arriver que, dès l'expiration de la durée de la seconde vibration, il y ait :

$$L' \left(\frac{\beta - b}{\beta}\right) + o\, L'' > T .... > n\, T$$

Le moment où se produit

$$\frac{L'}{T - \left(L' \left(\frac{\beta - b}{\beta}\right) + n L''\right)}$$

n'en est que déplacé dans la durée d'une vibration ultérieure.

Voici, comme exemple, le détail d'une expérience qui fera plus clairement comprendre tout ce qui concerne le dédoublement.

Le tuyau était long de 0^m500, avec $\frac{D}{D'} = 3$, par conséquent avec indice propre $I = \frac{4}{3}$, dont la caractéristique $K = \frac{1}{3}$ et avec indice inverse $I = 4$.

Dans le rapport $\frac{\theta}{T} = \frac{2}{1}$, c'est-à-dire en considérant le tronçon imaginaire τ et le tronçon réel T comme égaux en longueur, le rapport p soit $\frac{T}{\tau}$ était $p = 1$.

L'indice de dédoublement

$$H = 2\,I + \left[\left(\frac{(p-1)}{(p+1)^2} - p \right) \times \frac{K}{2} \right]$$

était donc :

$$H = \frac{8}{3} + \left[\left(\frac{(1-1)}{(1+1)^2} - 1 \right) \times \frac{1}{3 \times 2} \right]$$

$$H = \frac{8}{3} + \left[(0-1) \times \frac{1}{6} \right]$$

$$H = \frac{15}{6}$$

d'où :

$$\omega = T\,H = \frac{0^m500 \times 15}{6} = 1^m250$$

Le tuyau ayant d'abord été mis au ton fondamental de 510 vibrations correspondant à

$$O = T\,I = \frac{0^m500 \times 4}{3} = 0^m666666$$

en relevant progressivement la rasette, au troisième dédoublement, le ton a nettement accusé 272 vibrations par seconde, ce qui correspond à $\omega = 1^{m}250$, ton justifié par le calcul.

Il n'y avait donc pas interférence, et en voici la démonstration :

La distance interpolaire et la distance conséquente, toujours égales entre elles, étaient pour l'onde inverse :

$$L' = \frac{\omega D'}{D + D'} = \frac{1^{m}250 \times 1}{4} = 0^{m}3125$$

$$L'' \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = 0^{m}3125$$

Les temps de parcours b et β, le temps β exprimant aussi la durée d'une vibration, étant directement proportionnels aux longueurs d'onde directe O propre du tronçon T et d'onde directe ω de dédoublement, il y avait :

$$b : \beta :: 666,666 : 1250$$

La réflexion commençant aussitôt que la distance b est franchie, dès la fin de la première vibration, le tuyau réel T contenait, à partir de l'extrémité opposée à l'anche :

$$L' \frac{(\beta - b)}{\beta} = \frac{0^{m}3125 \times 0^{m}583333}{1^{m}250} = 0^{m}145833$$

Pendant la durée de la seconde vibration, l'onde inverse progressant toujours vers le bout de l'anche, à cette longueur $0^{m}145833$ venait s'ajouter une seule distance conséquente, soit $0^{m}3125$.

Il y avait donc dès lors dans le tuyau $L' \frac{(\beta - b)}{\beta} + L'' = 0^{m}145833 + 0^{m}3125 = 0^{m}458333$ de parcours d'onde inverse.

Il y avait donc aussi :

$$T - \left(L' \frac{(\beta - b)}{\beta} + L'' \right) < L'$$

car $0^{m}500 - 0^{m}458333 = 0^{m}041667 < 0^{m}3125$.

Voyons maintenant comment, d'après cette situation, s'établit le degré d'interférence.

La longueur d'une onde peut être prise comme expression proportionnelle du potentiel existant sur sa tranche nodale.

Si donc deux nœuds d'ondes égales viennent coïncider sur une même tranche, le potentiel y sera double.

Par conséquent aussi, sur une tranche quelconque de l'onde, le potentiel diminuera proportionnellement à l'éloignement où elle se trouvera vers l'extrémité ventrale.

Dans notre expérience, le nœud inverse tombe sur une tranche située à $0^{m}041667$ de la tranche d'origine d'une onde dont dont la longueur est $1^{m}250$.

Par conséquent, sur cette tranche, le potentiel d'onde directe ne sera que 1250 — 41,667 = 1208,333.

La somme des potentiels d'onde directe et d'onde inverse n'y sera ainsi que de 2458,333 au lieu de 2500.

Le degré de concordance $\frac{2458,333}{2500}$ sera donc $\frac{9833}{10000}$ et celui d'interférence, soit $\frac{10000 - 9833}{10000}$, $\frac{166}{10000}$ seulement.

A un si faible degré d'interférence, le son pourra très bien se produire.

DÉTERMINATION DE L'ORDRE DANS LEQUEL SE SUCCÈDENT LES DÉDOUBLEMENTS

Pour qu'on puisse déterminer l'ordre de succession des dédoublements, la façon dont se constitue l'indice H oblige à maintenir l'hypothèse du tuyau imaginaire θ, composé du tronçon ou tuyau réel T et du tronçon imaginaire τ.

Sauf obstacle d'interférence :

Quand de T : τ ne résulte pas $p < 1$, le dédoublement se produit lorsque τ devient partie aliquote de T.

Quand de T : τ résulte $p < 1$, le dédoublement se produit lorsque T devient partie aliquote de τ.

Dans le premier cas, il y a :

$$\frac{\theta}{T} = \frac{p + 1}{p}$$

Dans le second cas, il y a :

$$\frac{\theta}{T} = \frac{1}{p} + 1$$

D'où la série suivante de dédoublements :

$$\frac{\theta}{T} =$$

$$\begin{array}{lcl}
p > 1 \left\{ \begin{array}{c} \cdots\cdots\cdots \\ \cdots\cdots\cdots \\ \cdots\cdots\cdots \\ \frac{5}{4} \\ \frac{4}{3} \\ \frac{3}{2} \end{array} \right. & & \left. \right\} \frac{p + 1}{p} \\
p = 1 & 2 & \\
p < 1 \left\{ \begin{array}{c} 3 \\ 4 \\ 5 \\ \cdots\cdots\cdots \\ \cdots\cdots\cdots \\ \cdots\cdots\cdots \end{array} \right. & & \left. \right\} \frac{1}{p} + 1
\end{array}$$

Si, quand le tuyau parle au son fondamental, on relève progressivement la rasette, l'accroissement continuel du rap-

port $\frac{\omega}{T}$ amenant celui du rapport $\frac{\theta}{T}$ qui en est fonction, à chacun des termes de la série et d'après la valeur d'indice H qu'il détermine, correspond un dédoublement nouveau de plus en plus grave.

Le son obtenu par dédoublement est toujours moins bon que celui du tuyau parlant au son fondamental, et d'autant moins bon que le rapport $\frac{T}{\theta}$ est plus petit.

Cela tient à deux causes.

D'abord, la quantité de bourdon produite par l'onde inverse à l'intérieur du tuyau est moindre relativement à l'amplitude de l'onde ω de dédoublement.

En second lieu, l'onde directe arrive au contact de l'atmosphère libre avant que la tension n'y soit entièrement convertie en vitesse. Il en résulte altération de l'équilibre parfait existant dans l'action réciproque de la tranche ventrale extrême du tuyau et de la première tranche atmosphérique, lorsque, toutes deux dénuées de tension, elles se trouvent en condition identique pour concorder simplement en vitesse. La moyenne $\frac{A+i}{2}$ tend à s'établir en ce point avec une soudaineté qui interrompt par une sorte de secousse le développement régulièrement progressif de la vibration et modifie la forme de celle-ci, comme on peut s'en assurer au moyen des flammes de Kœnig.

Par ces deux causes, le timbre du son devient moins plein, moins moelleux, plus creux et plus aigre, ainsi qu'on le remarque très sensiblement dans les jeux d'orgue à tuyaux fort courts, tels que ceux de voix humaine et de régale, et surtout dans les anches sans tuyau.

Aussi, quand il se sert du dédoublement, le facteur d'orgues s'efforce-t-il de dépasser le plus possible la longueur normale de T et, pour adoucir les sons, ne les emploie-t-il que presque à la limite d'extinction.

Cette limite se trouve, au surplus, à une distance de la longueur normale correspondant à peu près à la moitié de la différence des longueurs d'onde de deux dédoublements consécutifs, et qui est proportionnellement plus grande dans les dédoublements élevés.

Ainsi dans le tuyau long de 0^m500 avec $\frac{D'}{D} = \frac{1}{3}$, le dédoublement $\frac{2}{1}$ a $\omega = 1^m250$, le dédoublement $\frac{3}{2}$, qui d'ailleurs interfère, $\omega = 1^m176$; différence $1^m250 - 1^m176 = 0^m074$.

Dans le même tuyau, le dédoublement $\frac{7}{6}$ a $\omega = 0^m842$, celui $\frac{8}{7}$ $\omega = 0^m758$: différence 0^m084.

Le rapport $\frac{74}{1250} = 0{,}059$, celui $\frac{84}{842} = 0{,}099$.

Tout ceci montre quelle attention il faut apporter dans les expériences, quand il s'agit de déterminer le point exact du dédoublement. Il faut, bien entendu, se garder de considérer comme tel soit le point d'apparition soit le point d'extinction du son. On approcherait plutôt de la réalité en prenant la moyenne.

L'oreille éprouve d'ailleurs plus de difficulté à apprécier ici, que quand il s'agit du son au ton fondamental ou de celui des doublements. Elle n'a plus de point de repère aussi marqué, parce que le bourdon de l'onde inverse ne se fusionne plus à degré égal avec le son de l'onde directe.

Le mieux est de procéder, comme je l'ai indiqué pour le ton fondamental, par comparaison, au moyen de tuyaux ayant exactement les mêmes diamètres terminaux, mais présentant une petite différence de longueur en plus et en moins.

De même que pour l'étude des doublements et par des raisons analogues à celles qui ont été indiquées quand on en a parlé, pour l'étude des dédoublements il convient d'avoir plusieurs exemplaires du même tuyau, bien semblables de dimensions, mais anchés et langueyés en prévision du dédoublement pour lequel ils doivent respectivement servir. Ici toutefois, en faisant varier la longueur de l'anche et la force de la languette, on pourra sans inconvénient conserver pour tous le même diamètre d'anchage.

Dans les dédoublements élevés, il arrive que l'onde ω de dédoublement et l'onde O fondamentale propre du tuyau T se trouvent de longueur très approximativement ou même entièrement égale.

Ainsi le tuyau long de 0^m500 avec $\frac{D'}{D} = \frac{1}{3}$ a pour indice au ton fondamental $I = \frac{4}{3}$ et conséquemment $O = 0^m666666$, correspondant au ton de 510 vibrations par seconde.

Au dédoublement $\frac{9}{8}$ il a $\omega = 0^m673869$, correspondant au ton de 504,5 vibrations. Pour peu qu'on cherche instinctivement à améliorer le son du dédoublement en élevant légèrement le ton, cette différence est franchie.

A l'oreille seule et sans le contrôle de la sirène, on serait donc tenté de confondre l'émission du ton de dédoublement avec celle du son fondamental, d'autant plus qu'à une si petite différence de longueur d'onde, l'extinction n'est guère sensible, et exige beaucoup de précaution pour être quelque peu produite. La différence de longueur qu'il faut donner à la partie vibrante de la languette pour obtenir l'un ou l'autre des deux tons est en effet si minime, que la rasette la franchit par un mouvement presque imperceptible.

Il y a même plus et, phénomène très curieux, dans certaines conditions, un dédoublement peut apparaître plus haut que le son tondamental de T et sembler s'intercaler entre celui-ci et le premier doublement.

Ainsi, en étudiant les doublements sur un tuyau de 0^m500 avec $\frac{D'}{D} = \frac{1}{6}$ conséquent $I = \frac{7}{6}$, dont le son fondamental correspond dès lors à $O = 0^m583333$ (582,857 vibrations), après avoir cru mettre le tuyau à ce ton, quand je baissai la rasette, je vis, non sans étonnement, se produire un doublement apparent, dont le son s'éteignit vers $O = 0^m356$. Je baissai encore la rasette, et alors seulement apparut le premier doublement indiqué par le calcul et dont l'onde était $O = 0^m306525$.

Voici ce que je constatai en recherchant la cause de cette apparente anomalie :

Au dédoublement $\frac{15}{14}$ par

$$H = \frac{2I + \left(\frac{(p-1)}{(p+1)^2} - p\right)K}{2} = \frac{28 + \frac{13}{225} - 14}{12}$$

l'onde de dédoublement était :

$$\omega = T\,H = \frac{500 \times 25692}{21888} = 0^{m}586896\,;$$

ce à quoi correspondent 579,318 vibrations par seconde.

Différence des longueurs de l'onde de dédoublement et de l'onde du ton fondamental :

$$\omega - O = 0^{m}586896 - 0^{m}583333 = 0^{m}003563$$

Différence entre le nombre de vibrations du ton fondamental et du ton de dédoublement :

$$N - N' = 582{,}857 - 579{,}318 = 3{,}539$$

Rapport de la différence au nombre de vibrations du ton fondamental :

$$\frac{3{,}539}{582{,}857} = 0{,}0060.$$

Cette légère différence, ne comportant qu'un demi-millimètre environ de variation dans la longueur de la partie vibrante de la languette telle qu'elle est employée à cette altitude, avait échappé à mon attention, parce qu'en forçant un peu l'élévation, sans m'en apercevoir, j'avais supprimé le battement assez lent qui devait me la décéler.

Je croyais donc avoir mis le tuyau au ton fondamental, mais il n'en était rien, comme on vient de le voir.

Aussi, en baissant encore la rasette, fis-je apparaître, non le premier doublement qui ne pouvait se produire qu'après le ton du son fondamental, mais bien un dédoublement subséquent à $\frac{\theta}{T} = \frac{15}{14}$; celui produit par $\frac{\theta}{T} = \frac{20}{19}$, où

$$H = 2\,I + \left(\frac{(p-1)-p}{2}\right) K = \frac{28 + \frac{18}{202} - 19}{12}$$

et

$$\omega = T\,H = \frac{0^{m}500 \times 43416}{57600} = 0^{m}376736,$$

donnant 902,488 vibrations.

En baissant toujours la rasette, on aurait dû rencontrer le ton du son fondamental puisque $\frac{19}{19} < \frac{20}{19}$.

Mais alors la longueur de la partie vibrante de la languette, déjà raccourcie plus encore que pour donner 902,488 vibrations, se trouvait absolument hors de rapport avec le nombre de 582,857 vibrations qu'elle aurait dû exécuter pour le ton du son fondamental.

Ce dernier ne pouvait donc plus se produire et l'abaissement subséquent de la rasette devait, comme cela arriva, amener le premier doublement ayant $O = 0^{m}306525$ et 1109,208 vibrations.

Voici le tableau de toute cette succession.

1° . . . Dédoublement $\frac{15}{14}$ avec $\omega = 0^{m}586896$

2° . . . Dédoublement $\frac{20}{19}$ avec $\omega = 0^{m}376736$

3° . . . Son fondamental n'apparaissant pas.($O = 0^{m}583333$)

4° . . . Premier doublement . . . $O = 0^{m}306525$

Ce tableau montre clairement que dans la succession il n'y a rien d'irrégulier ; aucun empiétement du dédoublement sur le son fondamental ou bien sur le doublement, mais seulement suppression parfaitement motivée de l'émission du son fondamental.

Voici, conséquemment, ce qui se passe, dans la pratique, quand le facteur d'orgues accorde le tuyau dont il s'agit au ton du prestant. Sans s'en douter, ce n'est pas le son fondamental, mais bien le dédoublement $\frac{15}{14}$ dont il se sert, la légère différence d'altitude se trouvant supprimée par le petit rehaussement qu'il recherche, pour rendre le son meilleur par quelque excès dans la longueur du tuyau.

L'extinction du son avant le premier doublement, quand la longueur d'onde arrive à $0^{m}356$, n'a non plus rien d'anormal, car cette longueur approche assez, sans l'atteindre entièrement, de la moyenne des deux ondes consécutives, $0^{m}376736$ et $0^{m}306525$.

$$\frac{0^{m}376736 + 0^{m}306525}{2} = 0^{m}341730 < 0^{m}396$$

En réitérant l'expérience, j'ai de plus observé, durant l'abaissement de la rasette, et vers le point où se rencontrerait $\omega = 0^{m}380$, un fléchissement du son, ayant le caractère d'une trace de dédoublement instable, et paraissant dépendre de la limite par extinction du dédoublement mal apparu à $\frac{\theta}{T} = \frac{19}{18}$, lequel aurait $\omega = 0^{m}419536$.

Cette dernière particularité indique assez que, sur les dédoublements compris entre $\frac{\theta}{T} = \frac{15}{14}$ et $\frac{\theta}{T} = \frac{20}{19}$ il y avait interférence, dont le degré allait en s'amoindrissant, de façon que le dédoublement $\frac{\theta}{T} = \frac{19}{18}$ commençât déjà à apparaître, mais que la constitution du dédoublement ne devînt franche qu'à $\frac{\theta}{T} = \frac{20}{19}$.

VI

TUYAUX DE FORME COMPLEXE

Tout ce que j'ai exposé jusqu'ici démontre l'unité de loi pour le tuyau élémentaire et pour le tuyau ne présentant qu'une seule variation du degré d'inclinaison de la paroi sur l'axe ; lequel, pour cette raison, pourrait être appelé *tuyau unicomplexe*.

La même loi régit le tuyau qu'on pourrait appeler *pluricomplexe*, c'est-à-dire dont la paroi présente plus d'une variation d'inclinaison.

Le nombre de ces variations et des formes très diverses de

tuyau qu'elles engendrent étant indéfini, l'analyse de l'application de la loi doit être faite spécialement pour chaque cas. En voici quelques exemples.

TUYAU DE CROMORNE

Le tuyau dont la conformation est la plus simple après celle du tuyau de trompette, est celui des jeux de cromorne et de clarinette, qu'on appelle improprement cylindrique, mais qui consiste en une pointe formée de l'anche réunie à un tronçon conique, lequel est, à son tour, surmonté d'un tronçon cylindrique. Il y a ainsi trois variations d'inclinaison. Le rapport de la longueur de la pointe à celle du tronçon cylindrique est d'ailleurs indéfiniment variable.

Je n'entrerai plus dans le détail de l'analyse, mais, ici encore, l'expérience a parfaitement confirmé la théorie.

Pour les tuyaux de cette conformation, parlant au son fondamental, étant :

O la longueur de l'onde du ton ;

T la longueur du tuyau entier ;

P la longueur de la pointe, mesurée depuis le bout libre de l'anche jusqu'au point de jonction avec le tronçon cylindrique ;

C la longueur du tronçon cylindrique ;

D le diamètre du tronçon cylindrique, qui est aussi celui du gros bout de la pointe ;

D' le diamètre commun du petit bout de la pointe et de l'anche ;

$$O = T \left(1 + \frac{C}{(T + P)} + \frac{P\,D'}{T\,D}\right)$$

D'où

$$T = \frac{O}{\left(1 + \frac{C}{(T + P)} + \frac{P\,D'}{T\,D}\right)}$$

Remarquons qu'à mesure que grandit ou s'amoindrit la rapport $\frac{P}{C}$, cette dernière formule se rapproche de plus en plus de la formule générale du tuyau élémentaire, pour s'y identifier quand le rapport devient $\frac{P}{o}$ ou bien $\frac{o}{C}$.

Effectivement si C s'amoindrit jusqu'à zéro, il y a nécessairement P = T,

Et dès lors :

$$T = \frac{O}{1 + o + \frac{D'}{D}} = \frac{O}{\frac{D + D'}{D}} = \frac{O\,D}{D + D'}$$

Et si P s'amoindrit jusqu'à zéro, il y a C = T.

D'où

$$T = \frac{O}{1 + \frac{C}{(T + o)} + \frac{o \times D'}{T\,D}} = \frac{O}{1 + 1 + o} = \frac{O}{2}.$$

Et comme le tuyau est alors entièrement cylindrique et que dans le cylindre D = D', on a également :

$$T = \frac{O\,D}{D + D'}$$

Le rapport de longueur qu'on veut établir entre la pointe et le cylindre, c'est-à-dire $\frac{P}{C}$, et le rapport des diamètres $\frac{D'}{D}$ étant connus, la longueur du tuyau se calcule très simplement en remplaçant dans le diviseur :

$$\left(1 + \frac{C}{(T + P)} + \frac{P\,D'}{T\,D}\right)$$

l'expression concrète des dimensions par les termes des rapports. Supposons par exemple :

$$\frac{P}{C} = \frac{1}{3} \text{ et, par conséquent, } T = 4$$

$$\text{et} \quad \frac{D'}{D} = \frac{6}{30} = \frac{1}{5},$$

On peut poser :

$$T = \frac{O}{\left(1 + \frac{3}{(4+1)} + \frac{1 \times 1}{4 \times 5}\right)}$$

D'où :

$$T = \frac{O}{\left(1 + \frac{3}{5} + \frac{1}{20}\right)} = O \times \frac{20}{33}$$

Il est toutefois une forme plus compliquée du problème ; celle où le rapport $\frac{P}{C}$ n'étant pas donné, on ne connaîtrait à l'avance que la longueur O de l'onde, la longueur P de la pointe et le rapport $\frac{D'}{D}$ des diamètres terminaux.

Tel serait le cas s'il s'agissait d'ajouter un cylindre à une pointe préexistante.

La longueur à donner au cylindre se trouverait alors par :

$$C = \left[\frac{O}{4} - \left(1 + \frac{D'}{4D}\right)P\right] + \sqrt{\left[\left(1 + \frac{D'}{4D}\right)P - \frac{O}{4}\right]^2 + OP - P^2\frac{(D+D')}{D}}$$

On construit parfois, pour certains jeux de l'orgue, un tuyau de cette espèce, mais destiné à parler par doublement, et que nous désignerons par T'.

Pour l'obtenir, il suffit d'ajouter au tuyau T, mesuré pour

parler au son fondamental, une ou plusieurs portions cylindriques de longueur égale à celle de l'onde O de ce ton.

Mais ces portions, étant cylindriques, ont pour indice propre :

$$i = \frac{d + d'}{d} = 2$$

Chacune d'elle contient donc, en réalité, deux longueurs de distance interpolaire de cette onde, soit deux fois cette onde.

Le tuyau ainsi construit contient, par conséquent, pour le premier doublement qui y apparaît, trois ondes du ton, pour le second cinq et ainsi de suite.

D'où il résulte qu'étant m le nombre d'ondes devant être contenues dans le tuyau d'après le degré du doublement, sa longueur se formule par :

$$T' = T + (m - 1)\,O$$

Remarquons qu'il en serait toujours ainsi, alors même que C étant réduit à zéro dans T, le son fondamental serait rendu par la pointe P seule, d'après son indice propre $\frac{D + D'}{D}$.

On devrait, semble-t-il, n'ajouter, pour chaque doublement, qu'un tronçon de cylindre de longueur égale à $\frac{O}{2}$, de façon que le tuyau ne contînt que deux ondes pour le premier, trois pour le second et ainsi de suite, ce dont résulterait :

$$T' = T + \frac{(m - 1)}{2}\,O$$

Mais l'addition au tuyau T d'un seul tronçon cylindrique de longueur égale à $\frac{O}{2}$ amènerait, sur la tranche ventrale extrême de ce tuyau, une tranche nodale d'égale intensité, et

$$F = F'$$

étant le rapport des intensités nodale et ventrale aux deux bouts opposés de la somme de distances interpolaires, il y aurait :

$$\frac{F - F'}{2} = 0$$

Si on intercale un tronçon cylindrique ayant, comme le premier, pour longueur $\frac{O}{2}$, on intercale aussi une distance conséquente d'onde directe et une distance conséquente d'onde inverse.

Sur la tranche ventrale extrême de T vient encore se superposer une tranche nodale d'onde inverse, mais les intensités ne sont plus égales, car il y a :

$$\frac{2\,F - F'}{3} = \frac{F}{3}$$

Ce n'est plus là qu'une modification quantitative de signe, qui ne produit pas interférence et n'arrête pas la production du son.

Au point $\frac{T'}{2}$ même, il n'y a pas superposition de tranches adverses d'égale intensité. Si en effet on examine la distribution de l'intensité sur la longueur totale de T', on trouve qu'aux deux extrémités opposées du tronçon mitoyen, elle est : dans le parcours direct comme 2 : 1, dans le parcours inverse également comme 2 : 1. Il en résulte que dans la distance conséquente qui occupe ce tronçon, le ventre d'onde inverse se formera à un tiers et le nœud d'onde directe à deux tiers de cette distance à partir de l'extrémité située du côté de l'anche.

Des relations analogues, interférentes ou non interférentes, s'établiront par l'addition à un tuyau T', de longueur appropriée à un doublement quelconque, d'un seul ou bien de deux tronçons cylindriques de longueur égale à $\frac{O}{2}$.

Voilà pourquoi, en thèse générale, un tuyau entièrement cylindrique, ou amené au doublement par l'addition d'une portion cylindrique, ne peut doubler que quand m est impair.

Il n'en est pas ainsi pour les tuyaux doublant avec D > D', parce que les distances interpolaire et conséquentes d'onde

inverse n'y sont jamais égales aux distances interpolaire et conséquentes d'onde directe.

Si on rapporte l'énoncé de cette loi à l'ordre naturel des doublements suivant une progression arithmétique dont la raison est l'unité, on dit que tout tuyau porté au doublement par l'addition d'un tronçon cylindrique ne produit que les doublements d'ordre impair.

TUYAU DE CROMORNE A PAVILLON

Plus augmente dans le tuyau le nombre de tronçons dont chacun présente un degré différent d'inclinaison de la paroi sur l'axe, plus aussi se complique la combinaison des indices $\frac{d + d'}{d}$ propres à chacun d'eux et qui réagissent les uns sur les autres pour former l'indice **I**, soit $\frac{O}{T}$, du tuyau entier T parlant au son fondamental.

Prenons pour exemple le tuyau du jeu dit cromorne à pavillon qu'emploient parfois quelques facteurs d'orgues.

Le tuyau T du cromorne à pavillon comprend :

1° Une pointe P formée de l'anche réunie à un tronçon en cône tronqué renversé. Cette pointe a pour diamètre D' au bout portant l'anche et R à l'extrémité opposée.

2° Un cylindre C ayant R pour diamètre.

3° Un pavillon B en cône tronqué renversé, ayant pour diamètres R au point de jonction avec le cylindre et D à l'extrémité opposée s'ouvrant dans l'atmosphère.

Les rapports de longueur de ces diverses parties et d'évasement de P et de B sont variables.

L'indice I, soit $\frac{O}{T}$, de ce tuyau parlant au son fondamental est :

$$I = 1 + \frac{C}{T + P + \left(\frac{B \times (B + P)}{C}\right)} + \frac{(P + B)\,D'}{(T + B)\,D'}$$

théorie confirmée par l'expérience.

Si B se réduit à zéro, la formule est ramenée à celle de l'indice du tuyau de cromorne ordinaire :

$$I = 1 + \frac{C}{T + P} + \frac{P\,D'}{T\,D}$$

Si C et B se réduisent à zéro, la formule revient à celle de l'indice élémentaire :

$$I = 1 + \frac{D'}{D}$$

On n'a plus en effet que :

$$I = 1 + 0 + \frac{P\,D'}{T\,D}$$

Mais la pointe P forme alors le tuyau entier T, et lui est conséquemment égale. On a donc :

$$I = 1 + \frac{T\,D'}{T\,D} = 1 + \frac{D'}{D}$$

Si P et B subsistant intacts, c'est le cylindre C qui se réduit à zéro, deux cas peuvent se présenter, savoir :

Premier cas : le rapport R : D des diamètres du pavillon B est tel que ce pavillon forme continuation de la pointe P, sans changement d'inclinaison de la paroi sur l'axe.

Deuxième cas : le rapport R : D est tel que B forme un tronçon plus évasé que ne le serait celui continuant P sans changement d'inclinaison de la paroi sur l'axe.

Dans le premier cas reparaît encore la formule de l'indice élémentaire :

$$I = 1 + \frac{D'}{D}$$

On a en effet :

$$I = 1 + 0 + \frac{(P + B)}{(T + B)} \frac{D'}{D}$$

Mais, s'il en est ainsi, le tuyau entier peut être indifférement considéré comme pointe P ou comme pavillon B.

On a donc : T = P = B.

On peut dès lors écrire :

$$I = 1 + 0 + \frac{2 \ T D'}{2 \ T D}$$

Ce qui donne :

$$I = 1 + \frac{D'}{D}$$

Le second cas conduit à l'étude d'une nouvelle forme de tuyau.

TUYAU DE HAUTBOIS

On a dit tout à l'heure que dans le second cas, le rapport R : D est tel que B forme un tronçon plus évasé que ne le serait celui continuant P sans changement d'inclinaison de la paroi sur l'axe.

Telle est précisément la forme du tuyau employé pour le jeu de hautbois ; consistant en une pointe P, en forme de cône tronqué renversé, comprenant l'anche, avec diamètres D' à l'anche et R à l'extrémité opposée et surmontée d'un cône tronqué renversé de plus grand évasement, de manière à former pavillon, ayant pour diamètres R au point de contact avec la pointe et D à l'extrémité s'ouvrant dans l'atmosphère.

On va voir que cette forme de tuyau conduit encore à l'expression :

$$I = 1 + \frac{D'}{D}$$

Sur un point arbitraire de sa longueur, partagez en deux, par

une section perpendiculaire à l'axe, un tuyau élémentaire quelconque ayant pour diamètres terminaux D' et D.

Vous obtiendrez ainsi deux tronçons, dont celui t situé vers l'anche aura pour diamètres D' à l'anche et R au bout opposé et conséquemment pour indice propre :

$$i = 1 + \frac{D'}{R}$$

et celui t' situé à l'opposite aura pour diamètres R au point de jonction avec t et D à l'autre bout et pour indice propre :

$$i' = 1 + \frac{R}{D}$$

Le tuyau T étant reconstitué par la réunion des tronçons t et t', son indice

$$I = 1 + \frac{D'}{D}$$

ne se reforme par l'addition des parts proportionnelles d'indice propre des tronçons t et t' qu'à la condition que, pour t, le rapport D' : R devienne :

$$\frac{D'\,R}{D} : R$$

et que, pour t', le rapport R : D devienne

$$R : \frac{D\,R}{D'}$$

D'ou l'on peut tirer cette règle générale que, dans toute superposition de deux tronçons ne présentant pas entre eux de sens contraire dans l'inclinaison de la paroi sur l'axe, D' prend la valeur du produit de R par la caractéristique de l'indice direct et D la valeur du quotient de R par la caractéristi-

que de l'indice direct du tuyau formé par la réunion des tronçons et considéré comme tuyau élémentaire.

De l'application de cette règle découle, comme formule de l'indice I du tuyau de hautbois parlant au son fondamental :

$$I = \frac{P\,(D + D')\,R + B\,(D + D')\,R}{T\,D\,R}$$

Ce qui égale :

$$I = 1 + \frac{D'}{D}$$

et est justifié par l'expérience.

CONCLUSION

Au terme de cette étude, pour le principe de laquelle j'ai pris date, en 1877, par la présentation d'une note à l'Académie des Sciences, je crois pouvoir dire ceci :

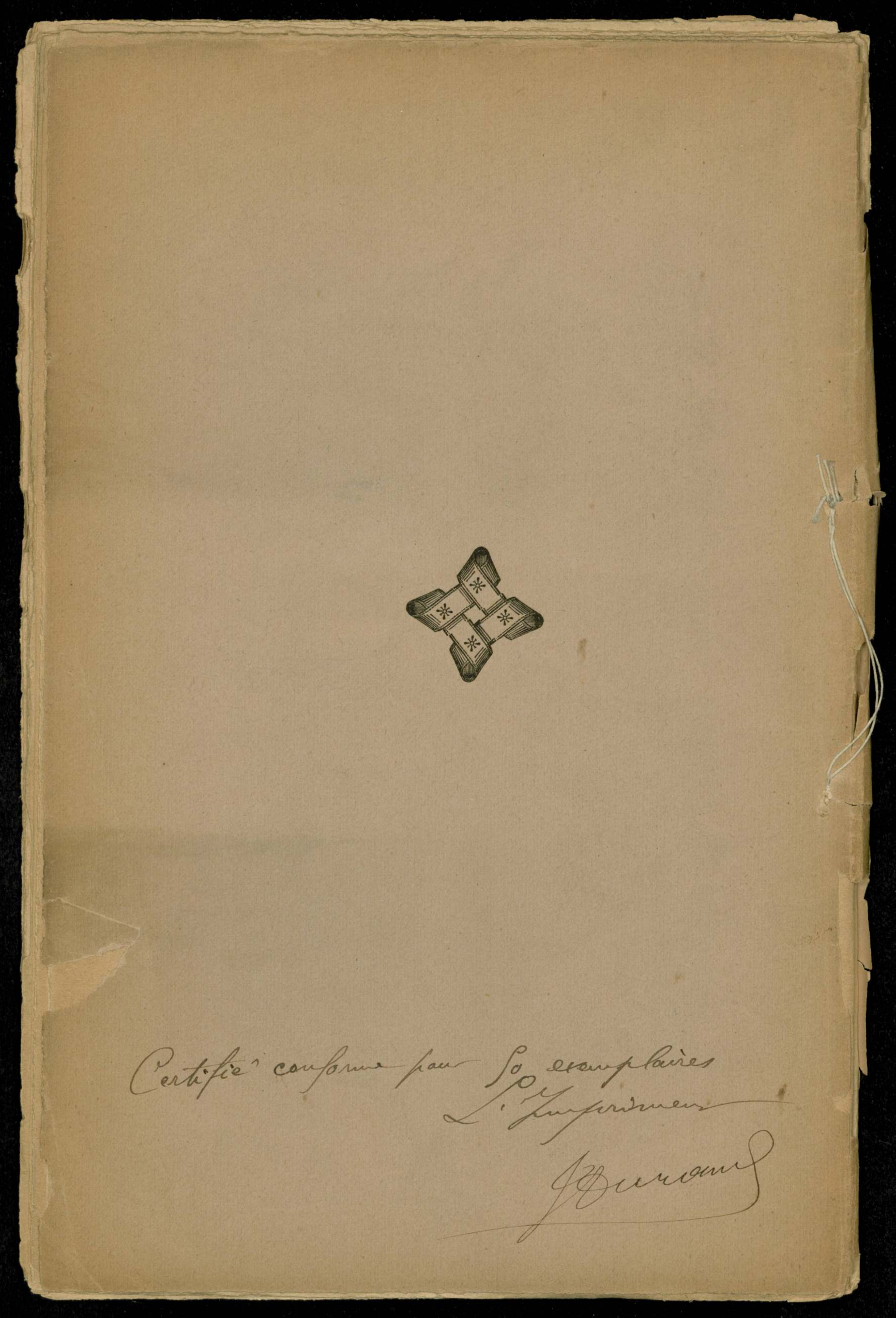
Le nombre, la diversité, la convergence néanmoins vers l'unité, la synthèse des phénomènes qui y ont été examinés sous le contrôle de l'expérience, plaident fortement en faveur d'une théorie nouvelle touchant le tuyau à anche battante, savoir :

Rapport $\frac{T}{O}$ *uniquement fonction de la réflexion pariétale.*

C.-M. PHILBERT.

Avranches, Octobre 1893.

Avranches. — Imp. typ. et lith. de Jules DURAND, rue Quatre-Œufs, 24


Certifié conforme pour 50 exemplaires
L'Imprimeur